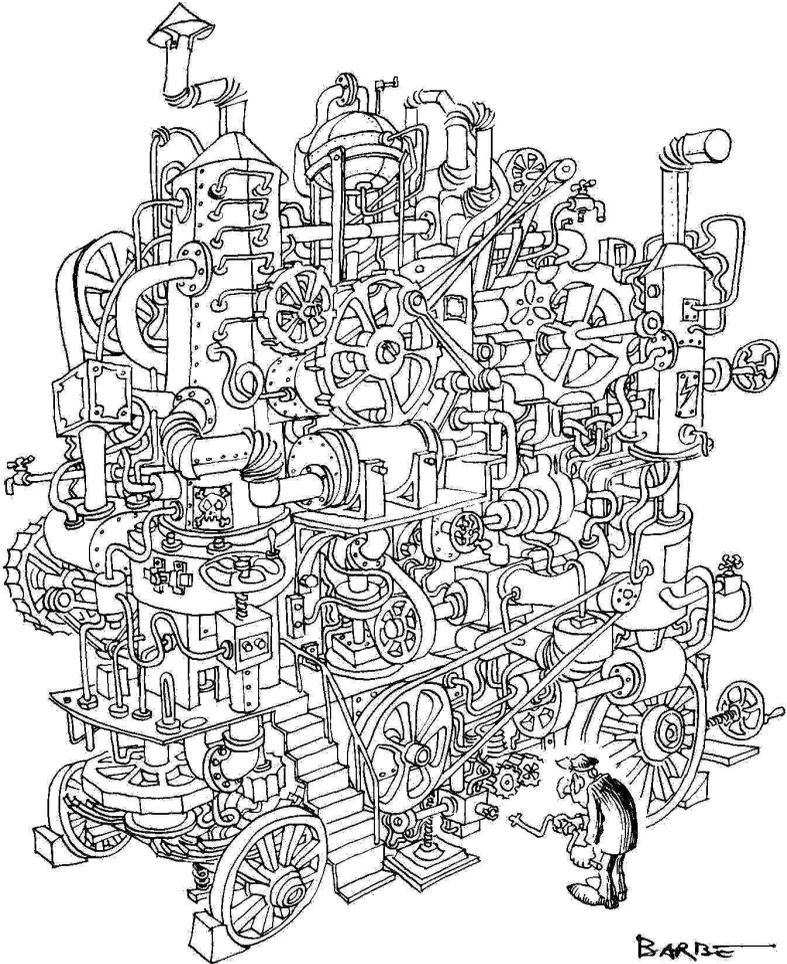


**AIDE-MÉMOIRE DE THERMODYNAMIQUE**  
rappels de cours et exercices





"WHICH BERNOULLI DO YOU WISH TO SEE -  
'HYDRODYNAMICS' BERNOULLI, 'CALCULUS' BERNOULLI,  
'GEODESIC' BERNOULLI, 'LARGE NUMBERS'  
BERNOULLI OR 'PROBABILITY' BERNOULLI?"

# AIDE-MÉMOIRE DE THERMODYNAMIQUE

Arts et Métiers ParisTech – ENSAM centre de Lille  
Didier Descamps – didier.descamps@ensam.eu

3 juillet 2017

<b>1</b>	<b>Introduction</b>	<b>1</b>
1.1	Généralités . . . . .	1
1.2	Système thermodynamique . . . . .	2
1.3	Actions sur un système . . . . .	2
1.4	Variable thermodynamique . . . . .	3
1.5	Différents états de la matière . . . . .	3
<b>2</b>	<b>Thermométrie</b>	<b>5</b>
2.1	Principe « zéro » de la thermodynamique . . . . .	5
2.1.1	Système à deux corps . . . . .	5
2.1.2	Système à trois corps . . . . .	6
2.2	Choix d'une échelle . . . . .	6
2.3	Quelques thermomètres industriels . . . . .	7
<b>3</b>	<b>Calorimétrie</b>	<b>8</b>
<b>4</b>	<b>Évolutions et travaux</b>	<b>10</b>
4.1	Quelques définitions . . . . .	10
4.1.1	Évolution isobare . . . . .	10
4.1.2	Évolution isochore . . . . .	10
4.1.3	Évolution isotherme . . . . .	10
4.1.4	Évolution adiabatique . . . . .	10
4.1.5	Évolutions réversible et irréversible . . . . .	11
4.1.6	Cycle thermodynamique . . . . .	11
4.2	Système fermé . . . . .	12

4.2.1	Travail en vase clos . . . . .	12
4.2.2	Théorème de l'énergie cinétique . . . . .	13
4.3	Système ouvert . . . . .	13
4.3.1	Cas d'une évolution réversible . . . . .	13
4.3.2	Cas d'une évolution irréversible . . . . .	14
4.3.3	Répartition des travaux dans une machine . . . . .	15
4.3.4	Équations de Bernoulli . . . . .	16
<b>5</b>	<b>Premier principe</b>	<b>17</b>
5.1	Système en vase clos . . . . .	17
5.2	Système ouvert . . . . .	19
<b>6</b>	<b>Deuxième principe</b>	<b>21</b>
6.1	Énoncés . . . . .	21
6.2	Rendements . . . . .	23
6.3	Échelle thermodynamique des températures . . . . .	24
6.3.1	Cycle de Carnot . . . . .	24
6.3.2	Échelle thermodynamique et rendement de Carnot . . . . .	25
<b>7</b>	<b>Entropie</b>	<b>27</b>
7.1	Cycle de Carnot. . . . .	27
7.2	Définition de l'entropie . . . . .	28
7.2.1	Transformation réversible . . . . .	28
7.2.2	Transformation irréversible . . . . .	29
7.2.3	Troisième principe . . . . .	30
7.2.4	Équations de l'énergie . . . . .	30
<b>8</b>	<b>Gaz parfaits</b>	<b>32</b>
8.1	Loi d'état . . . . .	32
8.2	Limites du modèle . . . . .	32
8.3	Coefficients calorimétriques . . . . .	34
8.4	Entropie . . . . .	35
<b>9</b>	<b>Transformations des gaz parfaits</b>	<b>35</b>
9.1	Isotherme . . . . .	36
9.2	Isobare . . . . .	36
9.3	Isochore . . . . .	37
9.4	Isenthalpe . . . . .	37
9.5	Adiabatique réversible . . . . .	38
9.6	Polytropiques . . . . .	39
9.6.1	Compression réversible refroidie . . . . .	40
9.6.2	Compression irréversible . . . . .	41

9.6.3	Détente irréversible . . . . .	41
9.7	Adiabatique avec transfert de masse . . . . .	41
9.7.1	Température totale, enthalpie totale . . . . .	41
9.7.2	Pression totale . . . . .	42
<b>10</b>	<b>Gaz parfaits et diagrammes</b>	<b>44</b>
10.1	Diagramme de Clapeyron ( $p,v$ ) . . . . .	44
10.1.1	Représentation des principales transformations . . .	45
10.1.2	Représentation des travaux . . . . .	45
10.2	Diagramme entropique ( $T,s$ ) . . . . .	46
10.3	Compressions dans ( $T,s$ ) . . . . .	49
10.3.1	Isotherme réversible . . . . .	49
10.3.2	Adiabatique réversible . . . . .	50
10.3.3	Polytropique réversible . . . . .	51
10.3.4	Polytropique irréversible . . . . .	51
10.3.5	Compressions étagées . . . . .	52
10.4	Détentes dans ( $T,s$ ) . . . . .	54
10.4.1	Détente réversible . . . . .	55
10.4.2	Détente irréversible . . . . .	55
10.5	Quelques autres diagrammes . . . . .	55
<b>11</b>	<b>Fluides réels</b>	<b>57</b>
11.1	Espace ( $T,v,p$ ) . . . . .	57
11.2	Diagramme entropique . . . . .	59
11.3	Tables . . . . .	61
11.3.1	Tables de vapeur saturée . . . . .	61
11.3.2	Tables de vapeur surchauffée . . . . .	62
11.4	Chaleurs massiques . . . . .	62
<b>12</b>	<b>Rendements</b>	<b>64</b>
12.1	Compressions . . . . .	64
12.1.1	Compressions refroidies . . . . .	64
12.1.2	Compressions adiabatiques . . . . .	65
12.2	Détentes . . . . .	66
12.3	Cycles de conversion d'énergie . . . . .	67
12.3.1	Moteur . . . . .	67
12.3.2	Thermopompe . . . . .	68

<b>13 Exergie et anergie</b>	<b>69</b>
13.1 Présentation générale . . . . .	69
13.2 Cycle de Carnot . . . . .	70
13.3 Définitions . . . . .	70
13.4 Représentations graphiques . . . . .	72
13.5 Rendements exergetiques . . . . .	73
13.5.1 Compressions et détentees . . . . .	73
13.5.2 Échanges de chaleur . . . . .	73
13.5.3 Cycles de conversion d'énergie . . . . .	75
<b>14 Mélanges de fluides</b>	<b>76</b>
14.1 Mélanges de gaz parfaits . . . . .	76
14.2 Air humide . . . . .	77
14.2.1 Généralités . . . . .	77
14.2.2 Compressions et détentees de l'air humide . . . . .	78
<b>15 Exemples et exercices</b>	<b>81</b>
15.1 Thermométrie & calorimétrie . . . . .	81
15.1.1 Chaleur massique d'un métal . . . . .	81
15.1.2 Frein hydraulique . . . . .	81
15.2 Premier et deuxième principes . . . . .	82
15.2.1 Échanges de chaleur et entropie . . . . .	82
15.3 Gaz parfaits . . . . .	83
15.3.1 Constantes de l'air . . . . .	83
15.3.2 Évolution en vase clos . . . . .	83
15.3.3 Compression adiabatique réversible . . . . .	84
15.3.4 Écoulements à grande vitesse. . . . .	85
15.4 Fluides réels . . . . .	86
15.4.1 Étude d'une chaudière . . . . .	86
15.4.2 Détente de vapeur d'eau . . . . .	87
15.4.3 Compressions d'un fluide frigorigène . . . . .	88
15.4.4 Détente par laminage . . . . .	89
15.5 Exergie et anergie . . . . .	91
15.5.1 Compression polytropique réversible . . . . .	91
15.5.2 Compression polytropique irréversible . . . . .	92
15.5.3 Chauffage d'un fluide . . . . .	94
<b>16 compléments</b>	<b>96</b>
16.1 Quelques équations remarquables . . . . .	96
16.2 Nomenclature sommaire . . . . .	98
16.3 Bibliographie sommaire . . . . .	99

# 1 Introduction

*L'une des raisons pour laquelle la vie est complexe, est qu'elle a une partie réelle, et une partie imaginaire.* – Andrew Koenig.

## 1.1 Généralités

Ce papier n'a pas pour ambition de remplacer un cours, mais simplement d'aider le lecteur à se rafraîchir la mémoire après ou longtemps après le cours. La bibliographie est abondante et on ne lit jamais assez<sup>1</sup>.

La thermodynamique, étymologiquement « la force du feu », est née avec la révolution industrielle et la machine à vapeur, au début du XIX<sup>ème</sup> siècle.

Utiliser la puissance du feu pour remplacer le travail musculaire de l'homme ou de l'animal était alors –et à juste titre, malgré les conséquences environnementales qu'on ne pouvait soupçonner à l'époque– considéré comme un progrès technique fondamental. Sadi Carnot publie en 1824 son célèbre ouvrage *Réflexions sur la puissance du feu et les machines propres à développer cette puissance* qui propose une théorie pour des machines qui fonctionnaient déjà fort bien à l'époque grâce à des conceptions empiriques<sup>2</sup>. Elle est devenue depuis l'une des bases de la physique et de la mécanique, elle a apporté sa contribution au développement de la physique moderne (mécanique quantique, astrophysique, cosmologie, . . . ), et continue elle-même à se développer<sup>3</sup>.

La thermodynamique a pour objet essentiel l'étude des différents états de la matière, et des échanges de travail et de chaleur entre corps. Elle est donc en continuité avec la mécanique des fluides et l'étude des transferts thermiques. Dans ce sens restrictif elle aurait pu tout aussi bien être appelée « thermomécanique ». La thermodynamique précise le sens des échanges énergétiques. Avec elle apparaît dans la physique la « flèche du temps » inconnue de la mécanique rationnelle.

Il existe une approche *microscopique* de la thermodynamique qui interprète les différentes variables d'un corps (température, pression, viscosité, . . . ) comme le résultat statistique du comportement des atomes ou

---

1. On trouvera une bibliographie de base en page 99.

2. Un fac-simile est disponible sur <http://gallica.bnf.fr/>

3. Voir [13] et [12] dans la bibliographie. La thermodynamique fait-elle partie de la physique, ou bien en est-elle un préalable ? je laisse cette question d'épistémologie au philosophe.

# 1 INTRODUCTION

molécules constituant ce corps (chocs sur les parois, entre particules, vitesses moyennes,...). Cette approche *cinétique* ne sera pas abordée ici. Nous nous bornerons à une étude *macroscopique* de la thermodynamique qui considère les corps comme des milieux continus. Ce point de vue est adapté à une utilisation industrielle et fournit un outil indispensable à l'étude des machines assurant des échanges d'énergie comme les moteurs, compresseurs, turbines, turboréacteurs, etc.

L'esprit de ce papier est donc celui de l'ingénieur mécanicien qui s'intéresse aux machines thermiques, et non celui du physicien, et encore moins celui du chimiste.

## 1.2 Système thermodynamique

Un système thermodynamique est une quantité de matière isolée du reste du monde par la pensée. La notion de frontière avec l'extérieur est inséparable de celle de système. Un système thermodynamique peut être, par exemple, l'eau contenue dans une bouteille, ou bien la bouteille elle-même, ou bien l'ensemble des deux. Sans parler du bouchon...

On distingue deux types de systèmes :

- Les *systèmes fermés* qui sont constitués d'une masse fixe échangeant du travail et de la chaleur avec l'extérieur, mais sans renouvellement de matière. L'eau de la bouteille bouchée ou l'air dans le cylindre d'un compresseur, tant que les clapets sont fermés, sont des exemples de tels systèmes fermés.
- Les *systèmes ouverts* qui échangent du travail et de la chaleur avec l'extérieur, mais également de la matière. L'eau contenue dans une pompe en fonctionnement est un exemple d'un tel système. La frontière est alors constituée de l'enveloppe de la pompe (étanche à la matière eau), mais aussi des sections des brides d'entrée et de sortie qui sont traversées par le fluide en mouvement. Les situations industrielles sont généralement de ce type.

## 1.3 Actions sur un système

Tout système subit des actions, des forces le plus souvent. Celles-ci peuvent s'exercer sur l'ensemble du volume ou sur une surface frontière. Elles peuvent d'autre-part avoir une origine interne ou externe au système. Il y a donc quatre cas de « forces » à considérer, voici seulement quelques exemples :

- *les forces extérieures de surface*, échange thermique, action d'une paroi mobile comme un aubage ou un piston,

- les forces extérieures de volume, gravité, forces électromagnétiques,
- les forces intérieures de surface, capillarité, tension superficielle,
- les forces intérieures de volume, viscosité, échange thermique interne, changement de phase, réaction chimique (combustion, . . .)

## 1.4 Variable thermodynamique

On distingue les variables selon qu'elles sont microscopiques ou macroscopiques. L'approche microscopique de la thermodynamique se base sur les statistiques de répartition des vitesses des molécules, des distances et interactions entre molécules, etc. Ces variables sont dites microscopiques.

L'approche macroscopique qui seule nous intéresse ici permet la description globale d'un système<sup>4</sup>. Parmi ces variables macroscopiques, on distingue :

**les variables extensives**, additives et proportionnelles à la masse comme le poids ou le volume  $V$ . Elles sont notées en majuscules.

**les variables intensives**, ne dépendant pas de la masse du système, comme la pression  $p$ , la température  $T$  ou le volume massique  $v$ . La norme représente ces variables intensives par des caractères minuscules, exception faite de la température quand elle est exprimée en kelvin. Les raisonnements thermodynamiques se basent le plus souvent sur les variables intensives.

On fait également une distinction entre les variables qui ne sont pas des *grandeurs d'état* et celles qui le sont. La forme différentielle d'une grandeur d'état est mathématiquement une différentielle totale exacte. Cela signifie physiquement que l'état du système à un *instant donné* suffit à la caractériser, et que sa variation est indépendante du « chemin parcouru » pour arriver à cet état. La pression, le volume, la température sont des exemples de grandeurs d'état. Le travail et la chaleur échangés ne sont pas en général des grandeurs d'état ; elles ne sont pas des différentielles totales exactes, elles dépendent du mode d'échange de travail et de chaleur, donc du chemin parcouru.

## 1.5 Différents états de la matière

Presque tous les corps purs peuvent se rencontrer selon différents états ou phases comme l'état solide, l'état liquide ou l'état gazeux. On

---

4. on trouvera une liste non exhaustive de ces variables en page 98

# 1 INTRODUCTION

rencontre également des intermédiaires comme les états pâteux, ou exotiques comme les plasmas. La thermodynamique industrielle exposée ici s'intéresse presque exclusivement aux phases liquide et gazeuse<sup>5</sup>.

La variance est le nombre de variables intensives nécessaire et suffisant à la description d'un système.

La *règle de Gibbs* relie cette variance  $V$  au nombre  $C$  de constituants chimiques différents du système et au nombre  $\varphi$  de phases simultanément en présence. Elle s'écrit

$$V - 2 = C - \varphi \quad (1)$$

Exemples :

1. un corps pur sous forme uniquement gazeuse,

$$C = \varphi = 1 \quad \Rightarrow \quad V = 2$$

La connaissance de deux variables ( $T$  et  $p$  par exemple) permet de calculer toutes les autres ( $v$ ,  $h$ , etc.).

2. un corps pur sous deux phases (butane liquéfié dans sa bouteille, par exemple).  $V = 1$  et la seule mesure de  $T$  suffit à connaître  $p$ ,  $v$ , ...
3. un corps pur sous trois phases.  $V = 0$ . Ce sont les fameux points triples, uniques pour chaque corps<sup>6</sup> et pour lesquels toutes les variables sont déterminées. Par exemple, on trouve pour l'eau au point triple  $T_3 = 273,16$  K soit  $0,01^\circ\text{C}$ , et  $p_3 = 611$  Pa.

---

5. Une étude plus complète des changements de phase sera effectuée au chapitre 11

6. sauf l'hélium. voir [12].

## 2 Thermométrie

*Le phénomène généralement désigné sous le nom de « froid » provient, neuf fois sur dix, de la température.*  
– Alphonse Allais

### 2.1 Principe « zéro » de la thermodynamique

Comme tout principe de physique, le principe zéro ne se démontre pas. On se borne à constater qu'il n'est jamais en contradiction avec l'expérience. Il en est de même des règles comme celle de Gibbs.

#### 2.1.1 Système à deux corps

Soit un système constitué de deux fluides A et B, séparés l'un de l'autre par une paroi étanche et conductrice de la chaleur, et séparés de l'extérieur par une paroi adiabatique, c'est à dire idéalement non conductrice (figure 1(1)). Comme toutes les parois sont indéformables les fluides ne peuvent échanger de travail ni entre eux, ni avec l'extérieur<sup>7</sup>. Seul l'échange de chaleur entre compartiments est possible.

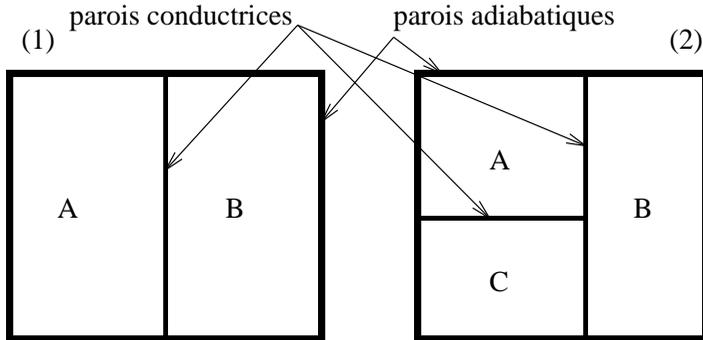


Figure 1 – le principe zéro

Quels que soient leurs états initiaux, les fluides A et B tendent vers un état commun d'équilibre où l'échange de chaleur cesse. Le temps nécessaire pour atteindre cet état dépend des masses de fluide et de la conductivité de la paroi, mais l'équilibre final est indépendant de la nature de

7. Pour échanger du travail, un fluide doit agir sur les *parties mobiles* d'un solide, comme un piston, ou l'aubage d'une turbomachine.

## 2 THERMOMÉTRIE

cette paroi. Ce « quelque chose » de commun à ces deux fluides est tout simplement la *température*<sup>8</sup>.

À l'équilibre on a  $T_A = T_B$

*Remarque* : La théorie cinétique nous fournit une représentation simple de la température. La relation (2) s'applique aux gaz monoatomiques et lie la température absolue  $T$  à la masse molaire  $M$ , à la constante universelle des gaz parfaits  $R$ , et à la vitesse moyenne des molécules  $\bar{c}$

$$T = \frac{M}{3R} \bar{c}^2 \quad (2)$$

Cette relation montre que la température est proportionnelle à l'énergie cinétique des particules du gaz.

### 2.1.2 Système à trois corps

Soit le système suivant où A est en équilibre avec B et B avec C (figure 1(2)). Il est évident que dans ces conditions A est en équilibre avec C : si deux corps sont en équilibre avec un même troisième, ils sont en équilibre entre eux. Encore une fois la grandeur commune est la température.

## 2.2 Choix d'une échelle

Les sensations de chaud ou de froid du corps humain sont évidentes mais subjectives. Elles subissent de nombreuses grandeurs d'influence comme l'humidité ou la santé de la personne, et des variations d'un individu à l'autre. D'où le besoin d'un thermomètre, c'est à dire d'une grandeur  $g(t)$  qui ait toutes les qualités requises pour la *mesure*. Parmi ces qualités on trouve la fidélité, la sensibilité, la linéarité ( $g$  doit au moins être monotone), etc.

C'est précisément la linéarité qui est préoccupante : la vérifier suppose qu'on dispose au préalable d'une *échelle* de température et le choix d'une telle échelle ne peut se faire de façon arbitraire. On est capable depuis longtemps de classer les corps selon leur température, mais seulement depuis peu de leur attribuer une valeur *numérique*.

L'exemple absurde suivant montre la difficulté de la chose. On veut utiliser comme thermomètre la propriété de dilatation des métaux selon la température. Soient deux barres A et B de métaux différents et de même longueur à 0°C (glace fondante).

---

8. Si la paroi était infiniment déformable mais étanche à la chaleur (adiabatique), ce « quelque chose » serait la pression.

À 100°C (eau bouillante sous 1 bar), la barre A montre une augmentation de longueur de 10 mm et la barre B s'allonge de 20 mm.

À une même température intermédiaire, A s'allonge de 5 mm et B de 12 mm. Si on choisit arbitrairement A comme référence, cette température est 50°C et la dilatation de B est non linéaire. Si on choisit B, la température est 60°C et la dilatation de A est non linéaire. Et peut-être ni A ni B ne sont linéaires, comparés à une troisième référence.

Dans des conditions de faible masse volumique, les gaz montrent pour la plupart un bon accord entre eux. Ils ont pendant longtemps constitué la référence commune. Si deux gaz différents sont initialement à la même pression et à la même température, ils garderont une pression commune si la température varie sous un volume constant, ou un volume commun si la température varie à pression constante.

Un thermomètre peut être fabriqué en mesurant la pression d'un gaz maintenu à volume constant. Soit l'exemple suivant :

un gaz monoatomique est à 1 bar à 0°C et à 1,3663 bar à 100°C.

On suppose la relation linéaire  $p = a\theta + b$ .

On en déduit que  $a = 3,663 \cdot 10^{-3} \text{ bar/}^\circ\text{C}$  et que  $b = 1 \text{ bar}$

Pour  $p = 0$  on a  $\theta = -273^\circ\text{C}$ .

En effectuant un changement d'origine

$$p = a\theta - b = a \left( \theta - \frac{b}{a} \right) = aT \quad (3)$$

on retrouve l'échelle kelvin ou absolue<sup>9</sup> des températures, puisque  $b/a = 273$ .

## 2.3 Quelques thermomètres industriels

Il n'est pas possible de recenser ici tous les procédés industriels de mesure des températures. Le lecteur se rapportera au très bon livre de Asch & al.[1], ainsi qu'à [12] et [4]. Peuvent être cités en vrac :

- les thermomètres à dilatation de liquide,
- les thermomètres à variation de résistance électrique (PT100 par exemple),
- les thermocouples,
- les thermomètres optiques,
- les thermomètres à variation de la fréquence de résonance d'un quartz ou d'une céramique.

---

9. L'échelle du thermomètre à gaz se confond en très bonne approximation avec l'échelle thermodynamique des températures basée sur le cycle de Carnot. ( page 26.)

### 3 Calorimétrie

*« Les grandes personnes ne comprennent jamais rien toutes seules, et c'est fatigant, pour les enfants, de toujours et toujours leur donner des explications. »*  
 – A. de Saint-Exupéry "Le Petit Prince"

Les notions de température et de quantité de chaleur sont bien différentes. Pour faire passer une masse  $m$  d'un corps d'une température  $t_1$  à une température  $t_2$  plus élevée, il faut apporter une quantité de chaleur  $Q$ . Cette quantité est proportionnelle à  $m$  et à  $t_2 - t_1$ , mais elle dépend aussi de la transformation et de la nature du corps :  $Q$  est une forme de l'énergie et s'exprime en joules<sup>10</sup>.

$C = mc$  est la capacité thermique du corps (J/K ou J/°C).

$c$  s'appelle la capacité thermique massique, plus couramment appelée chaleur massique. Elle peut varier avec la température et elle a pour unité S.I. le joule par kilogramme et par kelvin ( $\text{J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ ).

Comme  $c = f(t)$ , on connaît en général une valeur de  $c$  moyenne entre  $t_1$  et  $t_2$

$$c_{\text{moyen}} = \frac{q_2 - q_1}{t_2 - t_1} \quad (4)$$

et à la température  $t$  on a

$$c(t) = \lim_{t_2 \rightarrow t} \frac{q_2 - q}{t_2 - t} = \frac{dq}{dt} \quad (5)$$

Remarque : certaines unités de quantités de chaleur maintenant interdites ont pourtant la vie dure. C'est le cas de la calorie<sup>11</sup> que médecins, diététiciens et chauffagistes ne sont pas prêts d'abandonner ! Il faut donc encore se souvenir que :

- 1 calorie est la quantité de chaleur nécessaire pour faire passer 1 gramme d'eau de 14,5°C à 15,5°C.
- 1 calorie = 4,185 joules
- 1 thermie = 1 mégacalorie = 4185,106 kJoules

---

10. Jusqu'au milieu du XIX siècle, on pensait que la chaleur était un fluide particulier, le « calorique ». D'après le Premier Principe de la Thermodynamique, travail et quantités de chaleur sont deux formes de l'énergie et ont donc la même unité. À suivre...

11. Le système S.I. est le seul légal en France depuis le 1er janvier 1962, l'usage de la calorie est interdit depuis le 31 décembre 1977.

Je serais personnellement plutôt favorable à l'utilisation du terme calorie, mais à titre de vocabulaire exclusivement, pour remplacer l'afreux expression "quantité de chaleur".

- 1 frigorie = - 4185 joules, soit une kilocalorie négative. Cette unité étrange est encore utilisée, comme son nom l'indique, par certains frigoristes.
- Le kilowattheure est d'usage légal :  $1 \text{ kWh} = 3,6 \text{ MJ}$

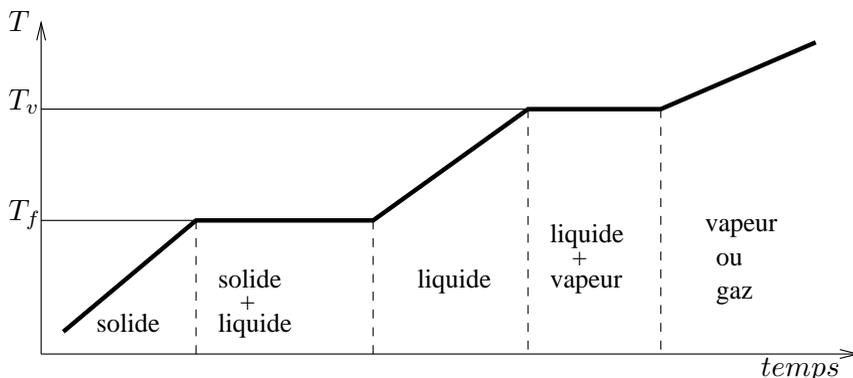


Figure 2 – Chaleurs latentes de fusion et de vaporisation.

Des quantités de chaleur peuvent être aussi échangées entre un corps et l'extérieur sans que ce corps ne subisse de variations de température. C'est le cas des changements de phase. Il faut apporter des quantités de chaleur pour faire fondre un glaçon d'eau passant de l'état solide,  $0^\circ\text{C}$  à l'état liquide,  $0^\circ\text{C}$ . Il faut également en apporter pour passer de l'état liquide  $100^\circ\text{C}$  à l'état vapeur  $100^\circ\text{C}$ . Ces quantités de chaleur sont appelées chaleurs latentes de fusion et de vaporisation.

En chauffant à pression constante et à puissance constante  $dq/dt$  un corps initialement solide, on observe deux paliers qui correspondent aux températures de fusion  $T_f$  et de vaporisation  $T_v$  et aux chaleurs latentes associées comme le montre la figure 2. Pendant ces paliers il y a deux phases simultanément en présence.<sup>12</sup> (rappel : on ne peut observer trois phases en présence à la même température qu'au point triple.)

12. Certains corps, comme le  $\text{CO}_2$ , ont une pression de point triple supérieure à la pression atmosphérique. Aux pressions ordinaires ils passent directement de l'état solide à l'état de vapeur et on n'observe qu'un palier. Ce phénomène est appelé la *sublimation*

# 4 Évolutions et travaux

*Lorsque l'on ne travaillera plus les lendemains des jours de repos,  
la fatigue sera vaincue.* – Alphonse Allais.

## 4.1 Quelques définitions

### 4.1.1 Évolution isobare

Une évolution isobare est une transformation où la pression est maintenue constante. Le passage d'un fluide dans un échangeur de chaleur ou une chaudière est un exemple de transformation isobare tant qu'on peut négliger les pertes de charge et les variations d'énergie cinétique.

### 4.1.2 Évolution isochore

Une évolution isochore ou isovolume est une transformation durant laquelle le volume est maintenu constant. Comme les liquides sont en général des fluides quasiment incompressibles, toutes leurs transformations peuvent être considérées comme isochores. Le volume étant une variable extensive, c'est le volume massique qui est constant dans le cas d'une transformation isochore ouverte.

### 4.1.3 Évolution isotherme

Une évolution isotherme est une transformation au long de laquelle la température est constante. Le changement de phase isobare d'un corps pur est également isotherme.

### 4.1.4 Évolution adiabatique

Une évolution adiabatique est une transformation au long de laquelle il n'y a pas d'échange de chaleur avec l'extérieur. Les transformations adiabatiques –tout comme les transformations avec échanges de chaleur– ne sont évidemment pas nécessairement isothermes. Par exemple une compression, même refroidie, s'accompagne en général d'une élévation de température. Cette élévation est toutefois moins grande que celle d'une compression adiabatique entre le même état initial et la même pression finale.

### 4.1.5 Évolutions réversible et irréversible

Tout en ce bas monde est siège d'irréversibilités. Nous verrons avec le premier principe (PPT) qu'il y a équivalence entre le travail et la chaleur, et avec le deuxième principe (DPT) que cette équivalence n'est pas totale. Dès qu'il y a mouvement ou transfert, il y a également frottement. Ce frottement correspond à du travail qui se dégrade en chaleur et ce processus est évidemment irréversible. Une transformation réversible est une transformation *idéale*, sans frottements, dans laquelle une variation infiniment petite d'une condition permettrait d'inverser le sens de l'échange. Prenons comme exemple le transfert de chaleur : pour qu'un fluide se réchauffe au contact d'un solide, il faut qu'il existe une différence de température non nulle entre le fluide et le solide. Si cette différence pouvait devenir infiniment petite, une infime diminution de la température permettrait au fluide de se refroidir et donc au sens de l'échange de s'inverser.

Si on veut les regarder finement, toutes les évolutions ont un caractère irréversible. Cependant on considère fréquemment en thermodynamique industrielle des évolutions réversibles dans la mesure où cela amène des simplifications acceptables, et moyennant souvent un terme supplémentaire dans les équations.

### 4.1.6 Cycle thermodynamique

Le cycle thermodynamique d'un fluide est une succession de transformations (au minimum trois, souvent quatre ou plus) qui ramènent ce fluide à son état initial pour un nouveau tour (pas forcément gratuit !). Cette répétition d'évènements est la condition indispensable à une production continue de travail ou de chaleur. Les cycles jouent donc un rôle essentiel dans le principe de fonctionnement des machines thermiques. Les cycles idéaux sont composés uniquement de transformations réversibles. Ils permettent de bâtir un raisonnement ou de déterminer les limites vers lesquelles peuvent tendre les cycles réels dans lesquels les transformations sont irréversibles. Un exemple historique de cycle idéal est celui de Carnot que nous verrons plus loin.

On distingue également les cycles fermés où la même matière subit indéfiniment le même cycle (par exemple le fluide frigorigène dans un réfrigérateur ou l'eau dans une centrale électrique) et les cycles ouverts où la matière se renouvelle (comme les gaz frais remplacent les gaz brûlés dans un moteur d'automobile).

## 4 ÉVOLUTIONS ET TRAVAUX

### 4.2 Système fermé

#### 4.2.1 Travail en vase clos

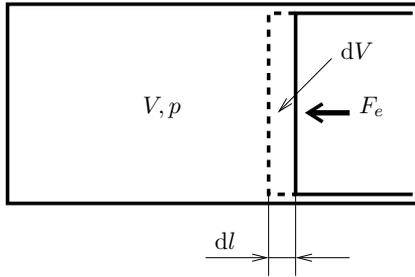


Figure 3 – compression en vase clos

Prenons l'exemple d'une masse  $m$  de gaz à la pression  $p$ , enfermée dans un cylindre de volume  $V$  fermé par un piston mobile de surface  $S$ , comme dans la figure 3. Le piston se déplace d'une distance élémentaire  $dl$ , et le volume  $V$  diminue de la valeur  $dV$ . La force effective du piston sur le gaz s'écrit  $\vec{F}_e = -p\vec{n}S$  avec  $\vec{n}$  la normale extérieure à la masse de gaz.  $W_e$  est le travail élémentaire communiqué au gaz :

$$\delta W_e = \vec{F}_e \cdot d\vec{l} = pS(\vec{n} \cdot d\vec{l}) = -p dV \quad (6)$$

Soit, en divisant par  $m$ ,

$$\delta w_e = -p dv \quad (7)$$

et pour une transformation finie

$$w_{e1-2} = \int_1^2 -p dv \quad (8)$$

où  $v$  représente le volume massique [ $\text{m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}$ ].

$w_e$  est appelé le *travail massique d'évolution en vase clos*. Conventionnellement, ce travail est compté positivement s'il est reçu par le système (ici le gaz) et négativement s'il est cédé par le système. Il en est de même des quantités de chaleur ; cette convention de signe respecte la norme NFX 02-104 (attention, cette norme n'est pas respectée dans tous les ouvrages de thermodynamique, notamment anglo-saxons).

## 4.2.2 Théorème de l'énergie cinétique

Le théorème de l'énergie cinétique traduit la conservation de l'énergie mécanique. Il stipule que la variation d'énergie cinétique d'un système est égale à la somme algébrique de tous les travaux intérieurs et extérieurs effectués sur le système. Il s'écrit

$$\Delta w_c = \Delta w_e + \Delta w_{fi} \quad (9)$$

avec

$$\begin{aligned} \Delta w_c &= \text{la variation d'énergie cinétique,} \\ \Delta w_e &= \text{le travail des forces extérieures,} \\ \Delta w_{fi} &= \text{le travail des forces intérieures.} \end{aligned}$$

Comme cas particulier, fréquent en système fermé, la variation d'énergie cinétique est négligeable et

$$w_{fi_{1-2}} = + \int_1^2 p \, dv \quad (10)$$

S'il existe un travail  $w_f$  non négligeable des forces de frottement, ce qui traduit une évolution irréversible, alors

$$w_{fi_{1-2}} = w_{f_{1-2}} + \int_1^2 p \, dv \quad (11)$$

## 4.3 Système ouvert

### 4.3.1 Cas d'une évolution réversible

Soit une machine idéale (par exemple un compresseur d'air) qui échange grâce à ses parois mobiles (pistons ou aubages) un travail massique indiqué  $w_i$  avec le fluide qu'il transvase. Cela de façon adiabatique et en régime permanent (sans variations dans le temps) comme sur la figure 4.

Les variables<sup>13</sup> du fluide en entrée de machine sont  $v_1, p_1, t_1, c_1, z_1$  et en sortie  $v_2, p_2, \text{etc.}$

Le théorème de l'énergie cinétique s'écrit

$$\frac{c_2^2 - c_1^2}{2} = \underbrace{-p_2 v_2 + p_1 v_1 - g(z_2 - z_1) + w_i}_{\text{forces extérieures}} + \underbrace{\int_1^2 p \, dv}_{\text{forces intérieures}} \quad (12)$$

---

13. la vitesse du fluide est notée  $c$ . Ce symbole est normalement réservé à une célérité des ondes (sonores ou lumineuses) et les normes imposent les notations  $u, v$  ou  $w$ . Mais il y aurait risque de confusion avec l'énergie interne, le volume massique ou un travail.

## 4 ÉVOLUTIONS ET TRAVAUX

avec  $(c_2^2 - c_1^2)/2 =$  la variation d'énergie cinétique,  
 $-p_2v_2 + p_1v_1 =$  le travail des forces de pression amont-aval,  
 $-g(z_2 - z_1) =$  le travail des forces de pesanteur,  
 $w_i =$  le travail fourni par les parties mobiles de la machine,  
 $\int_1^2 p \, dv =$  le travail des forces intérieures.

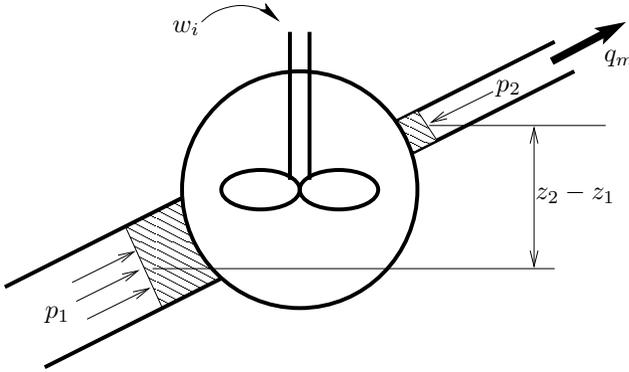


Figure 4 – machine de transvasement.

Comme

$$p_2v_2 - p_1v_1 = \int_1^2 d(pv) = \int_1^2 p \, dv + \int_1^2 v \, dp \quad (13)$$

il vient

$$w_{i1-2} = \int_1^2 v \, dp + \frac{c_2^2 - c_1^2}{2} + g(z_2 - z_1) \quad (14)$$

Le terme  $w_t = \int_1^2 v \, dp$  est appelé le *travail massique de transvasement*.

Le terme  $w_i$  est appelé le *travail massique indiqué*.

### 4.3.2 Cas d'une évolution irréversible

Dans ce cas, une partie  $w_f$  du travail  $w_i$  échangé entre le fluide et les parties mobiles de la machine est « dégradée » par les effets des frottements et transformée en chaleur, et

$$w_{i1-2} + w_{f1-2} = w_{n1-2} = \int_1^2 v \, dp + \frac{c_2^2 - c_1^2}{2} + g(z_2 - z_1) \quad (15)$$

$w_f$ , toujours négatif, engendre les quantités de chaleur  $q_f$ , toujours positives et incorporées au fluide.

$$q_f = -w_f \quad (16)$$

### 4.3.3 Répartition des travaux dans une machine

**Pour une machine génératrice** comme une pompe ou un compresseur, on peut répartir les différents travaux massiques comme l'indique l'équation (17).

$$w_a = \left\{ \begin{array}{l} w_o \\ w_i = \left\{ \begin{array}{l} q_f = -w_f \\ w_t = \int_1^2 v \, dp \\ w_c = \frac{c_2^2 - c_1^2}{2} \\ w_z = g(z_2 - z_1) \end{array} \right. \end{array} \right. \quad (17)$$

avec  $w_a$  le travail sur l'arbre,  
 $w_o$  le travail « organique » perdu par les frottements entre solides,  
 $w_n$  le travail « net » réellement récupéré par le fluide,  
 $w_i$  le travail fourni par les parties mobiles de la machine,  
 $w_f$  le travail perdu par les frottements dans le fluide.

Le travail organique perdu est provoqué par les frottements des parties solides entre elles, comme les joints et les paliers. On peut y ajouter le travail perdu par les fuites internes ou externes.

$w_i$  et  $w_n$  sont toujours positifs,  $w_t$  et  $w_c$  également en général.

**Pour une machine motrice**, comme une turbine ou un moteur,

$$\left. \begin{array}{l} w_t = \int_1^2 v \, dp \\ w_c = \frac{c_2^2 - c_1^2}{2} \\ w_z = g(z_2 - z_1) \end{array} \right\} = w_n = \left\{ \begin{array}{l} w_i = \left\{ \begin{array}{l} w_a \\ w_o \end{array} \right. \\ w_f \end{array} \right. \quad (18)$$

Les définitions sont les mêmes que dans le cas de la machine réceptrice. Ici  $w_n$  et  $w_i$  sont toujours négatifs,  $w_t$  et  $w_c$  aussi en général.

## 4 ÉVOLUTIONS ET TRAVAUX

### 4.3.4 Équations de Bernoulli

La thermodynamique permet de retrouver simplement ces équations de la mécanique des fluides incompressibles (cas général des liquides) ou incompressés (gaz sous faibles variations de pression comme dans un ventilateur, petites longueurs de conduites, vitesses faibles).

Le volume massique  $v$  et la masse volumique  $\rho$  sont constants,

$$\rho = \frac{1}{v} = \text{cte} \quad \Longrightarrow \quad \int_1^2 v \, dp = \frac{p_2 - p_1}{\rho} \quad (19)$$

L'équation (19) permet de retrouver les expressions classiques du travail net échangé entre un fluide et une machine. Ces différentes formes sont équivalentes mais correspondent à des métiers et des habitudes de travail différentes.

**le travail massique** [J/kg]

$$w_n = \Delta \left( \frac{p}{\rho} + \frac{c^2}{2} + gz \right) \quad (20)$$

**le travail volumique** [J/m<sup>3</sup>] ou [Pa] utilisé en aéraulique, pour les fluides « légers » (gaz).

$$\Delta X_n = \Delta \left( p + \rho \frac{c^2}{2} + \rho gz \right) \quad (21)$$

**le travail pondéral ou charge** [J/N] ou [m] utilisé en hydraulique, pour les fluides « lourds » (liquides)

$$h_n = \Delta \left( \frac{p}{\rho g} + \frac{c^2}{2g} + z \right) \quad (22)$$

On a bien sur la conversion

$$\Delta X_n = \rho w_n = \rho g h_n \quad (23)$$

## 5 Premier principe de la thermodynamique

*Когда ничего говорят, могут всегда сказать китайский пословица*  
proverbe russe.

« Rien ne se crée, rien ne se perd, tout se transforme ». Cette proposition de Lavoisier –révolutionnaire pour l’époque– concernait la matière. Le Premier Principe de la Thermodynamique (PPT ou principe d’équivalence) étend cette idée de conservation à l’énergie. Travail et chaleur sont deux formes différentes d’une même grandeur, l’énergie. La variation de l’énergie d’un système au cours d’une transformation quelconque est égale à la somme algébrique des apports d’énergie en provenance de l’extérieur.

### 5.1 Système en vase clos

Soient plusieurs évolutions réversibles différentes pour passer une unité de masse d’un même état 1 à un même état 2. L’une d’entre elles est adiabatique et le fluide y échange un travail  $w_{ad}$ . Dans les autres évolutions le fluide échange un travail  $w_e$  et des quantités de chaleur  $q_e$  avec l’extérieur.

Les évolutions sont représentées dans le diagramme de Clapeyron ( $p, v$ ) de la figure 5.

Comme il n’y a qu’un chemin adiabatique et réversible possible pour passer de 1 à 2,  $w_{ad}$  ne dépend que de l’état initial et de l’état final. Ce travail adiabatique et réversible est assimilable à une grandeur d’état puisqu’il ne dépend pas du chemin parcouru.

Soit  $u$  une variable massique telle que

$$w_{ad} = u_2 - u_1 + \frac{c_2^2 - c_1^2}{2} \quad (24)$$

[h]  $u$  est par définition l’énergie interne massique, fonction d’état, définie à une constante additive près. Son unité de mesure est le joule par kilogramme.  $U$  est l’énergie interne, exprimée en joules ( $U = mu$ ).

D’après le Premier Principe  $w_e = w_{ad} - q_e$ , donc  $w_e + q_e = \Delta u + dw_c$  et, pour une transformation élémentaire

$$\delta w_e + \delta q_e = du + dw_c \quad (25)$$

La notation «  $\delta$  » de l’équation précédente symbolise que  $q_e$  et  $w_e$  ne sont pas des grandeurs d’état. Par contre  $u$  et  $w_c$  en sont, d’où le «  $d$  » droit.

## 5 PREMIER PRINCIPE

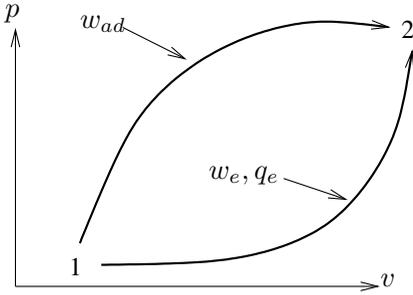


Figure 5 – le premier principe

D'après le théorème de l'énergie cinétique, la variation d'énergie cinétique se décompose en travail des forces extérieures et en travail des forces intérieures, et

$$dw_c = \delta w_e + \delta w_{fi} \quad \Rightarrow \quad du = \delta w_e + \delta q_e - \delta w_e - \delta w_{fi} \quad (26)$$

On a coutume d'assimiler les frottements internes à un travail perdu et compensé par un apport de chaleur par l'extérieur. D'où la première « équation canonique », dite de *Gibbs*

$$du = \delta q_e + \delta q_f - p dv \quad (27)$$

et, si les irréversibilités sont négligeables,

$$du = \delta q_e - p dv \quad (28)$$

L'énergie interne représente l'énergie stockée par un système, à l'image de l'énergie mécanique emmagasinée par un ressort quand on le comprime.

*Remarque* : les théories statistiques ou microscopiques donnent leur définition de l'énergie interne<sup>14</sup>. Elle est la somme des énergies cinétiques des atomes ou des molécules de l'élément de masse considéré. Dans le cas d'un gaz monoatomique elle s'écrit

$$U = \sum_{i=1}^N m \frac{c_i^2}{2} = N \frac{m c_m^2}{2} = \frac{3}{2} N k_B T \quad (29)$$

14. voir [4] et [12] dans la bibliographie

avec  $N$  le nombre d'atomes de la masse de gaz,  
 $m$  la masse d'un atome,  
 $c_m^2$  le carré de la vitesse moyenne des atomes,  
 $c_i$  la vitesse d'un atome quelconque,  
 $k_B$  la constante universelle de Boltzman ( $k_B = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{J} \cdot \text{K}^{-1}$ ).

Cette formulation montre que pour un gaz monoatomique l'énergie interne ne dépend que de la température. Elle donne aussi l'origine de l'échelle et règle le sort de la constante : l'énergie interne est nulle pour une température égale à zéro kelvin. Mais les raisonnements énergétiques industriels ne considèrent que des variations de l'énergie interne pour lesquelles l'origine est sans importance.

## 5.2 Système ouvert

Il faut ici faire apparaître le travail des forces de pression en entrée et en sortie du système (comme sur la figure 4 en page 14).

$$\underbrace{w_i + (p_1 v_1 - p_2 v_2) + g(z_1 - z_2)}_{w_e} + q_e = u_2 - u_1 + w_{e_2} - w_{e_1} \quad (30)$$

On définit une nouvelle variable  $h$ , l'*enthalpie massique*,

$$h = u + pv \quad (31)$$

L'enthalpie est une somme de grandeurs d'état, elle est donc une grandeur d'état. Elle est comme l'énergie interne définie à une constante additive près, et elle a la même unité [ $\text{J} \cdot \text{kg}^{-1}$ ]. D'où la deuxième équation canonique de Gibbs ou équation de conservation,

$$\delta w_i + \delta q_e = dh + c dc + g dz \quad (32)$$

dans laquelle  $c dc$  représente la variation d'énergie cinétique  $dw_e$ .

Quelle représentation physique se faire de l'enthalpie ? C'est l'énergie interne augmentée du terme  $pv$  qui représente le travail des forces de pression en entrée et en sortie du système.

Un exemple trivial est celui d'un compresseur volumétrique idéal dont le volume mort serait nul<sup>15</sup> et qui comprime un gaz entre les pressions

---

15. le volume mort est le volume résiduel entre la plaque à clapets et le piston quand celui-ci est au point mort haut

## 5 PREMIER PRINCIPE

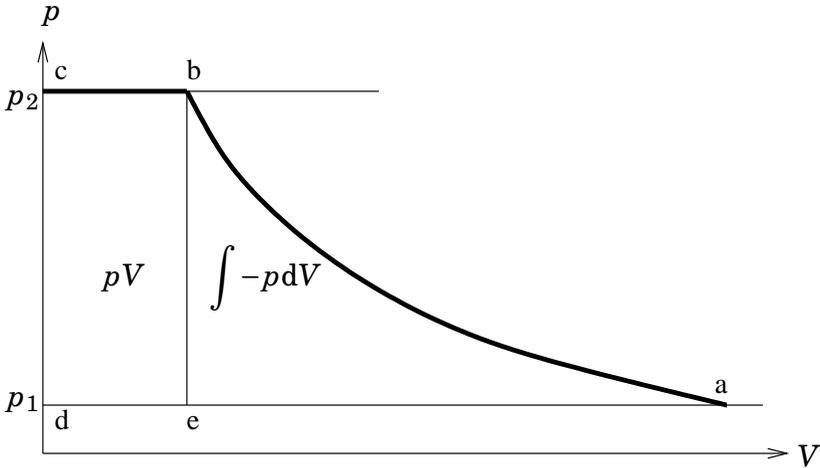


Figure 6 – compression et transvasement.

$p_1$  et  $p_2$ . L'évolution est représentée par le diagramme de Watt ( $p, V$ ) sur la figure (6). La phase a-b est une compression en vase clos, car les deux clapets sont fermés. Le travail correspondant est donc égal à  $\Delta U$ . En b la pression  $p_2$  est atteinte et le clapet de refoulement s'ouvre. Entre b et c le transvasement du cylindre se fait à pression constante et nécessite le travail supplémentaire  $p_2 V_2$ . La phase c-d-e-a représente l'aspiration effectuée avec le clapet d'entrée ouvert pendant laquelle l'extérieur apporte le travail  $p_1 V_1$ . Peu importe la pression  $p_0$  (tant qu'elle est constante, ou fonction seulement de la position du vilbrequin) régnant sur l'autre face du piston, le bilan des travaux donne

$$W_i = \Delta U + p_2 V_2 - p_1 V_1 \quad (33)$$

*Remarque* : on utilise également la notion d'*enthalpie massique totale*  $h_t$ , qui comprend également les énergies potentielle et cinétique

$$h_t = h + \frac{c^2}{2} + gz \quad (34)$$

et l'équation de conservation s'écrit alors simplement

$$dh = \delta w_i + \delta q_e \quad (35)$$

## 6 Deuxième principe

« Parler pour ne rien dire et ne rien dire pour parler sont les deux principes majeurs et rigoureux de tous ceux qui feraient mieux de la fermer avant de l'ouvrir. »  
– Pierre Dac

« Rien ne se crée (...) tout se dégrade », pourrait-on paraphraser. Le premier principe (PPT) est un principe de *conservation*. Le deuxième principe de la thermodynamique (DPT ou principe de Carnot) est un principe d'*évolution*. Il est basé sur un certain nombre d'observations de la vie courante, évidentes pour la plupart, et selon lesquelles toutes les transformations de l'énergie s'accompagnent de phénomènes irréversibles et de dégradations.

On observe également que certaines formes de l'énergie (mécanique, chimique, électrique) peuvent facilement et intégralement se transformer en chaleur, alors que le processus inverse de transformation de la chaleur en travail nécessite des mécanismes complexes et ne peut se faire intégralement. Un exemple trivial peut être celui de la voiture qu'on arrête : l'énergie cinétique initiale est transformée en chaleur dans les freins, mais il n'est pas raisonnable d'espérer faire avancer la voiture en chauffant les freins avec un chalumeau. Pourtant cela ne serait pas en contradiction avec le PPT. Cela signifie que la chaleur est une forme d'énergie dégradée et moins « noble » que le travail mécanique.

La thermodynamique classique considère comme nobles les énergies mécaniques et celles qui sont intégralement transformables en travail. Ces formes sont de l'*exergie*<sup>16</sup> pure. Nous verrons que la chaleur est une forme dégradée de l'énergie qui contient une part d'*exergie* transformable en travail et une part d'*anergie* non transformable.

### 6.1 Énoncés

Il y a plusieurs énoncés historiques du DPT. Les plus célèbres sont ceux de Clausius et de Lord Kelvin.

**Clausius :** « Un flux de chaleur ne peut passer spontanément d'une source froide vers une source chaude sans compensation ». Par *source* on entend un système dont la masse est suffisante pour qu'aucun échange de chaleur ne puisse modifier sa température de façon appréciable. La mer ou

---

16. pas de panique, le chapitre 13 détaillera les notions d'exergie et d'anergie.

## 6 DEUXIÈME PRINCIPE

l'atmosphère sont des sources froide utilisées par les centrales de production d'électricité. Une chaudière, le soleil sont des exemples de source chaude. Par *compensation* on entend un travail fourni par l'extérieur.

**Kelvin :** « une machine cyclique en contact avec une seule source ne peut fournir de travail » Une telle machine, dite « monotherme », ne peut donc exister selon Lord Kelvin.

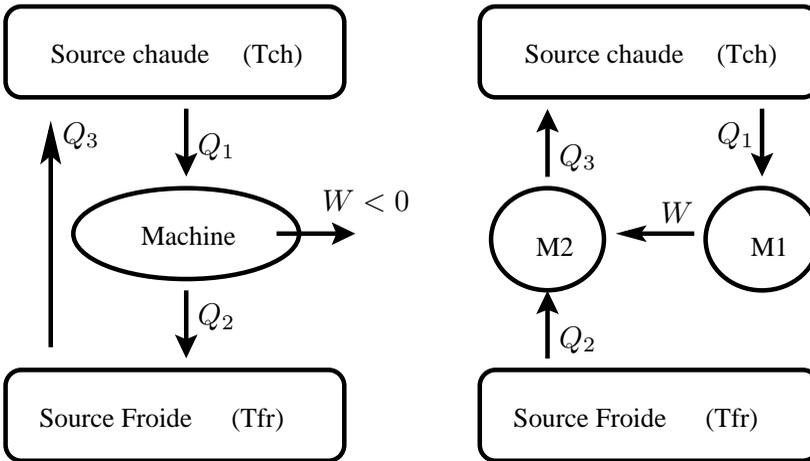


Figure 7 – Équivalence des énoncés de Clausius et de Kelvin

On montre par l'absurde que ces deux énoncés sont équivalents :

1) supposons faux l'énoncé de Clausius (figure (7) à gauche) : une quantité de chaleur  $Q_3$  passe spontanément de la source froide (SF) à la source chaude (SC). On peut installer une machine entre SC et SF qui produit un travail  $W$ . Par respect du premier principe on a  $W + Q_2 = Q_1$  et le fonctionnement de cette machine est normal. Mais le système (machine+SC) constitue une machine monotherme si on la règle pour que  $|Q_2| = |Q_3|$ . L'énoncé de Kelvin est donc faux.

2) supposons faux l'énoncé de Kelvin (figure (7) à droite). Il existe alors une machine monotherme  $M_1$  qui absorbe  $Q_1$  et qui fournit  $W_1$ . Par respect du premier principe on a  $|W_1| = |Q_1|$ . Ce travail est disponible pour alimenter une deuxième machine  $M_2$  qui fonctionne en pompe à chaleur. On règle  $M_2$  de telle façon que la chaleur  $Q_3$  fournie à la SC soit égale en valeur absolue à  $Q_1$ , le PPT impose  $W_1 + Q_2 = Q_1 = Q_3$ . Dans ces conditions le système

$(M_1 + M_2)$  fait passer sans compensation la quantité de chaleur  $Q_2$  de la SF à la SC, et l'énoncé de Clausius est faux.

La conséquence de ces deux énoncés est celui de Carnot : pour produire du travail, il faut prélever de la chaleur à la SC mais aussi en rejeter une partie à la SF<sup>17</sup>.

## 6.2 Rendements

Les rendements sont des nombres sans dimension, rapports de deux énergies ou de deux puissances<sup>18</sup>. Les rendements *thermiques* se définissent ici comme le rapport du « service obtenu » sur la « dépense consentie » pour l'obtenir.

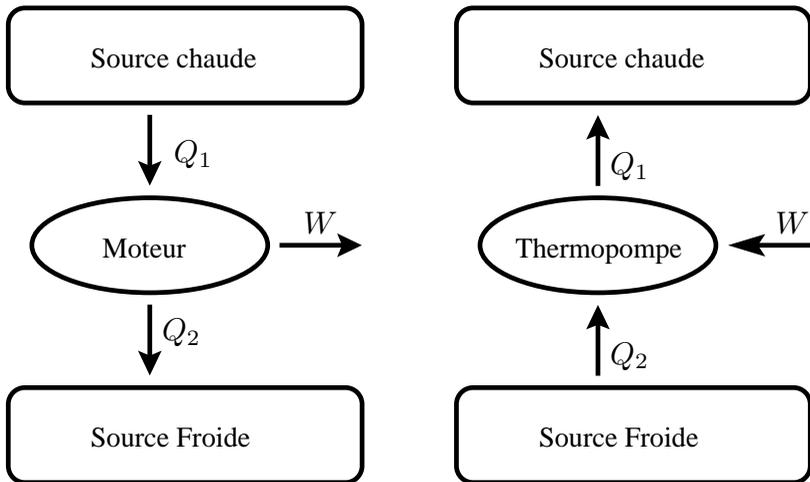


Figure 8 – Machines de Carnot

Considérons un moteur thermique qui produit du travail en puisant  $Q_1$  à une SC et rejetant  $Q_2$  à une SF (figure 8, gauche). Le PPT indique la relation algébrique

$$Q_1 + W + Q_2 = 0$$

avec  $Q_1$  positif, et  $W$  et  $Q_2$  négatifs.

17. Cette chaleur nécessairement rejetée est souvent qualifiée de « fatale ».

18. Le terme « rendement » est usuel mais malheureux. Il serait préférable de le réserver à des considérations exergétiques et de ne parler ici que de « facteur de performance », mais les coutumes...

## 6 DEUXIÈME PRINCIPE

Le rendement thermique de ce moteur est défini comme le rapport du service obtenu  $W$  à la dépense consentie  $Q_1$ ,

$$\boxed{\eta_{th} = \frac{|W|}{Q_1} = \frac{Q_1 - |Q_2|}{Q_1} = 1 - \frac{|Q_2|}{Q_1}} \quad (36)$$

Ce rendement thermique est toujours compris entre 0 et 1

Dans le cas d'une thermopompe, le but recherché est de faire remonter des quantités de chaleur de la SF vers la SC, dans le sens inverse de l'écoulement naturel de la chaleur (figure 8, à droite). Il faut pour cela fournir du travail. La partie utile est  $Q_2$  dans le cas de la machine frigorifique, et  $Q_1$  dans celui de la pompe à chaleur.

Pour la machine frigo, le rapport service/dépense est souvent appelé « coefficient d'effet frigorifique »<sup>19</sup>,

$$\varepsilon_{fr} = \frac{Q_2}{W} = \frac{Q_2}{|Q_1| - Q_2} \quad (37)$$

Ce nombre est souvent plus grand que l'unité, le terme « rendement » serait donc ici tout à fait malencontreux.

Pour la pompe à chaleur, le rapport « bénéfice/coût » est souvent appelé « coefficient de performance »,

$$\varepsilon_{pac} = \frac{|Q_1|}{W} = \frac{|Q_1|}{|Q_1| - Q_2} \quad (38)$$

Ce coefficient est toujours plus grand que 1, puisque  $\varepsilon_{pac} = \varepsilon_{fr} + 1$

## 6.3 Échelle thermodynamique des températures

### 6.3.1 Cycle de Carnot

Le cycle de Carnot est un cycle thermodynamique idéal, schématisé en figure 9, où un fluide échange du travail et des quantités de chaleur entre deux sources. Les transformations sont deux isothermes et deux adiabatiques. Ces quatre transformations sont réversibles. Cela veut dire qu'aucun travail mécanique n'est dégradé en chaleur par frottement. Pour les isothermes cela veut dire en outre que la température du fluide est exactement celle de la source (dans notre monde réel un écart non nul de température est nécessaire aux transferts de chaleur).

---

19. le terme « coefficient » ne devrait pas être utilisé pour des grandeurs sans dimension, mais les (mauvaises) habitudes des frigoristes s'imposent...

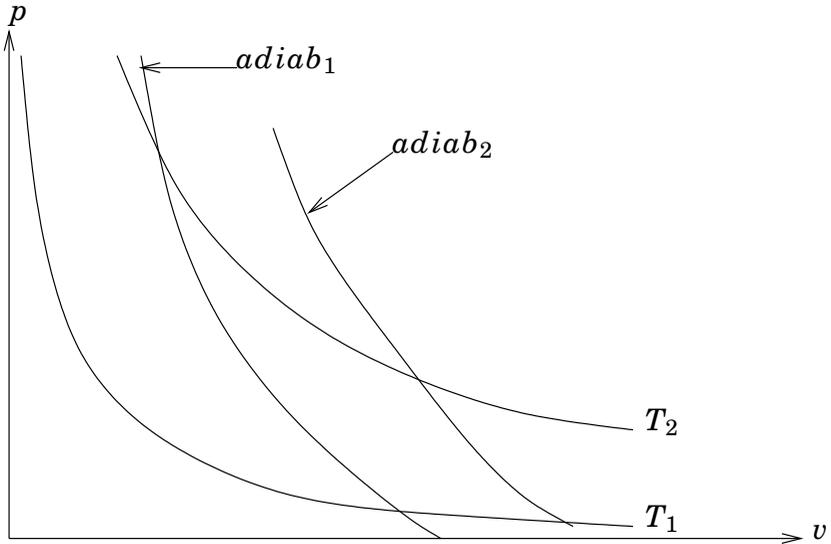


Figure 9 – Cycle de Carnot

### 6.3.2 Échelle thermodynamique et rendement de Carnot

Premier énoncé du théorème de Carnot : « *Toute machine cyclique diatherme irréversible a un rendement inférieur à celui de la machine réversible fonctionnant entre les mêmes températures.* »

Démonstration<sup>20</sup> : Soient deux moteurs fournissant le même travail  $W$ . Le premier est réel (irréversible), reçoit  $Q'_{ch}$  ( $> 0$ ) d'une source chaude et rend  $Q'_{fr}$  ( $< 0$ ) à une source froide. Le deuxième est une machine de Carnot (réversible) recevant  $Q_{ch}$  et rendant  $Q_{fr}$  aux mêmes sources (voir la figure 10).

En inversant le cycle de Carnot, on le transforme en machine frigorifique et on change les signes de  $Q_{ch}$  et de  $Q_{fr}$ , comme sur la figure 10. Dans ces conditions, l'ensemble des deux machines n'échange pas de travail avec l'extérieur, mais seulement de la chaleur avec les sources.

Pour respecter le DPT selon Clausius, il faut que  $Q'_{ch} - |Q_{ch}| > 0$ , et donc que le rendement de la machine réelle,  $\eta = \frac{|W|}{Q'_{ch}}$  soit plus petit que celui de

20. Démonstration pour un moteur, le lecteur généralisera facilement au cas d'une pompe à chaleur.

## 6 DEUXIÈME PRINCIPE

$$\text{Carnot } \eta_c = \frac{|W|}{Q_{ch}}$$

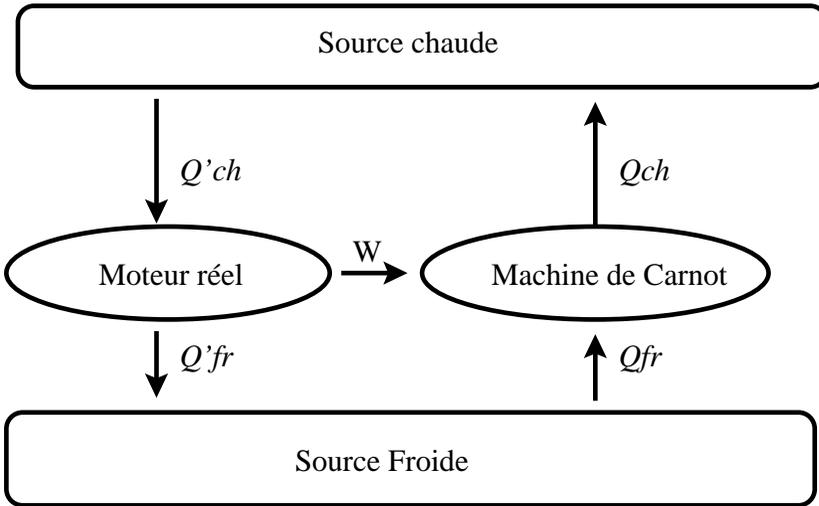


Figure 10 – Théorème de Carnot

Le rendement thermique de Carnot  $\eta_c$  ne dépend donc que des températures  $T_1$  et  $T_2$  des sources et représente un maximum.

D'où le deuxième énoncé du même théorème : « *Toutes les machines dithermes cycliques réversibles fonctionnant entre les mêmes sources ont même rendement.* »

En posant  $T_1$  et  $T_2$  tels que

$$\eta_c = 1 - \frac{Q_1}{|Q_2|} = 1 - \frac{T_1}{T_2} \quad (39)$$

on dispose d'une échelle universelle des températures et d'une définition du kelvin<sup>21</sup> : Le kelvin est la fraction  $1/273,16$  de la température du point triple de l'eau. Le degré Celsius est égal au kelvin, de telle façon que  $0^\circ\text{C} = 273,15 \text{ K}$  (le point triple de l'eau est à  $+0,01^\circ\text{C}$ ).

*Remarque* : le rapport  $T_2/T_1$  n'a de sens que parce qu'il s'agit de températures absolues. Écrire  $t_2/t_1$  avec  $t_2$  et  $t_1$  en Celsius n'a aucune signification.

21. Et non pas le « degré Kelvin » comme on le lit encore parfois. Le degré « centigrade » n'existe plus davantage. Voir les définitions du kelvin dans [4] et [7].

## 7 Entropie

« Si quelqu'un a compris quoi que ce soit à ce que je viens de dire, c'est que je me suis mal exprimé. »  
– Alan Greenspan.

Le concept d'entropie, par son côté mystérieux, a fait rêver des générations de philosophes et de scientifiques . . . , jusqu'au suicide de certains comme Boltzman, trop en avance sur son temps ! L'entropie montre des liens avec les notions d'ordre et de désordre, et avec celle d'information. Nous en resterons ici à des applications tout à fait industrielles et pratiques. L'ouvrage *Évolution et applications du concept d'entropie*, de Chambadal [5] est une lecture fortement recommandée pour qui voudrait exorciser les démons (de Maxwell) tout en gardant les pieds sur terre.

### 7.1 Cycle de Carnot (encore !)

Soit un cycle de Carnot (donc composé de transformations réversibles) parcouru dans le sens horaire ( $a, b, c, d$ ) comme sur la figure (11) :

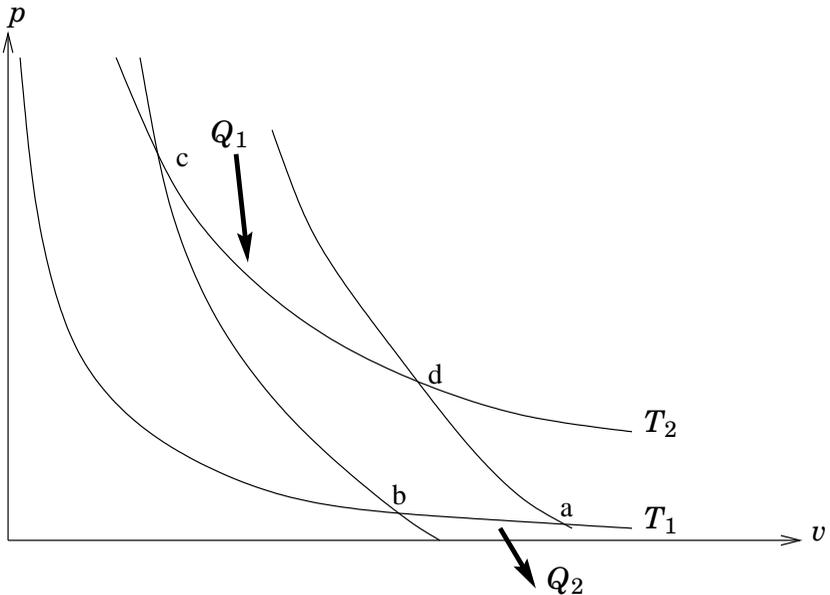


Figure 11 – Entropie et cycle de Carnot

## 7 ENTROPIE

Par définition de la température thermodynamique  $T$ , on a

$$\frac{|Q_2|}{Q_1} = \frac{T_2}{T_1} \quad (40)$$

sur l'évolution  $a - b$  on a  $T = T_1 = cte$ , soit

$$\int_a^b \frac{\delta Q}{T} = \frac{Q_1}{T_1} > 0 \quad (41)$$

sur  $b - c$  comme sur  $d - a$  on a  $\delta Q = 0$

sur  $c - d$  on a  $T = T_2 = cte$ , soit

$$\int_c^d \frac{\delta Q}{T} = \frac{Q_2}{T_2} < 0 \quad (42)$$

et sur l'ensemble du cycle, on a

$$\oint_{abcd} \frac{\delta Q}{T} = \frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} = \frac{Q_1}{T_1} - \frac{|Q_2|}{T_2} = 0 \quad (43)$$

Si le cycle, toujours formé de deux isothermes et de deux adiabatiques, est maintenant *irréversible*, alors

$$\eta_{th} = 1 - \frac{|Q_2|}{Q_1} < \eta_c = 1 - \frac{T_2}{T_1} \quad (44)$$

soit

$$\oint \frac{\delta Q}{T} = \frac{Q_1}{T_1} - \frac{|Q_2|}{T_2} < 0 \quad (45)$$

Il est facile de généraliser à un cycle quelconque qui peut toujours être décomposé en une somme de cycles de Carnot élémentaires.

## 7.2 Définition de l'entropie

### 7.2.1 Transformation réversible

On pose comme définition de l'entropie  $S$  la relation suivante valable le long d'une transformation réversible<sup>22</sup>,

$$dS = \frac{\delta Q}{T} \quad (46)$$

---

22. qui n'a de sens que si  $T$  est une température absolue, exprimée en kelvins

$S$  est une grandeur d'état : Deux chemins réversibles différents pour passer d'un état arbitraire  $a$  à un état  $b$  permettent de définir un cycle réversible où

$$\oint \frac{\delta Q}{T} = \int_a^b \frac{\delta Q}{T} + \int_b^a \frac{\delta Q}{T} \quad (47)$$

Dans un cycle de Carnot réversible l'entropie prélevée à la source chaude est égale à l'entropie cédée à la source froide. Il est facile de généraliser à un cycle quelconque pourvu qu'il soit réversible, c'est à dire composé uniquement de transformations réversibles.

### 7.2.2 Transformation irréversible

Le long d'une transformation réversible, on a par définition

$$dS = \frac{\delta Q_e}{T} \quad (48)$$

Le long d'une transformation irréversible on a recours à un terme supplémentaire en assimilant la chaleur générée par les frottements à un apport de l'extérieur  $\delta Q_f$ . On pose

$$dS = \frac{\delta Q_e}{T} + \frac{\delta Q_f}{T} = dS_e + dS_f \quad (49)$$

avec

$$dQ_f > 0 \implies dS_f > 0 \quad (50)$$

Dans un cycle réel (c'est à dire irréversible) l'entropie cédée à la source froide est plus grande que l'entropie prélevée à la source chaude : il y a une formation d'entropie. Toute transformation réelle est, si on y regarde d'assez près, irréversible et génératrice d'entropie mais certaines évolutions sont en pratique très proches de l'évolution réversible idéale.

*remarques :*

1. L'unité de l'entropie  $S$  est le Joule par kelvin [ $\text{J}\cdot\text{K}^{-1}$ ]. Celle de l'entropie massique  $s$ , beaucoup plus utilisée, est donc le Joule par kilogramme et par kelvin [ $\text{J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ ].
2. Comme l'énergie interne et l'enthalpie, l'entropie n'est définie qu'à une constante additive près.
3. Une transformation à la fois adiabatique et réversible est dite isentropique.

Par contre une évolution isentropique peut être ni adiabatique ni

## 7 ENTROPIE

réversible. On trouvera toujours  $\delta Q_f > 0$ , mais si le refroidissement par l'extérieur est juste égal à la production de chaleur par les frottements, alors

$$dQ_e = -dQ_f \quad \Longrightarrow \quad dS_e + dS_f = dS = 0 \quad (51)$$

### 7.2.3 Troisième principe

Ou Postulat de Nernst-Planck (pour mémoire). Lorsque la température absolue  $T$  s'approche de zéro, l'entropie massique de tout corps cristallisé et chimiquement homogène tend vers zéro. L'origine de l'échelle de l'entropie est ainsi fixée. Ce postulat a des conséquences importantes dans la physique des très basses températures mais, en thermodynamique industrielle appliquée aux machines, seules importent les différences d'entropie.

### 7.2.4 Équations de l'énergie

Ce sont celles qu'on a vues avec le premier principe et le théorème de l'énergie cinétique, mais dans lesquelles la notion d'entropie est introduite.

**Pour une transformation élémentaire en vase clos** les variations d'énergie cinétique et potentielle sont en général négligeables. L'équation

$$\delta w_e + \delta q_e = du \quad (52)$$

où le membre de gauche représente l'apport (algébrique) de l'extérieur au fluide et le membre de droite la variation d'énergie interne correspondante dans le fluide, se décompose en

$$\delta w_e + \delta q_e = Tds - pdv \quad \text{avec} \quad Tds = \delta q_e + \delta q_f \quad (53)$$

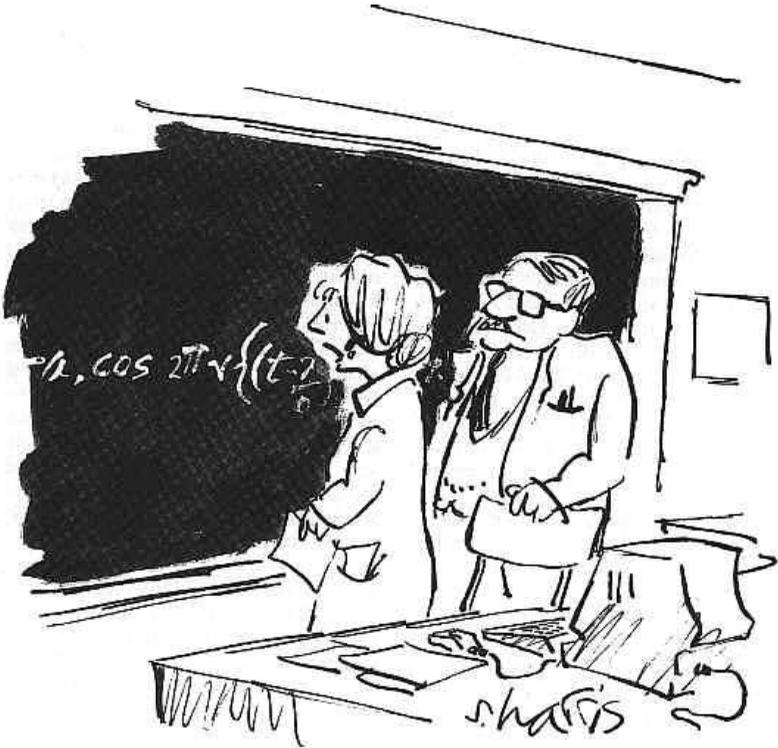
et on retrouve que le travail  $\delta w_e$  apporté par les parties mobiles d'une machine se décompose en une partie utile  $\delta w_e = -pdv$  et une partie dégradée  $\delta q_f$ , toujours positive.

**Pour une transformation avec transvasement** en système ouvert, les variations d'énergie cinétique et potentielle ne sont pas négligeables en général, et l'équation 32 de la page 19 où le membre de gauche représente l'apport extérieur d'énergie au fluide et le membre de droite les

formes correspondantes de la variation d'énergie dans le fluide, se décompose en

$$\delta w_i + \delta q_e = \begin{cases} dh = \begin{cases} T ds = \delta q_e + \delta q_f \\ \delta w_T = +v dp \end{cases} \\ cdc + gdz \end{cases} \quad (54)$$

avec les mêmes remarques que pour l'évolution en vase clos.



"IT'S AN EXCELLENT PROOF, BUT IT LACKS WARMTH AND FEELING."

## 8 Gaz parfaits

*Les détails font la perfection, et la perfection n'est pas un détail.*  
Léonard de Vinci

### 8.1 Loi d'état

Quelques observations expérimentales conduisent aux lois de Mariotte et de Charles & Gay-Lussac, auxquelles obéissent les gaz *thermiquement* parfaits.

- Mariotte : Si on maintient constante la température d'une masse de gaz, le produit  $pV$  est constant.
- Charles & Gay-Lussac :  $\frac{pV_m}{T} = R$  avec  $R$  une constante<sup>23</sup> pour tous les gaz à condition qu'ils soient suffisamment raréfiés (faible masse volumique) et  $V_m$  le volume molaire du gaz considéré.

En divisant par la masse molaire  $M$  on trouve le volume massique :  $v = V_m/M$ , et s'en déduisent les formes les plus couramment utilisées de la loi d'état des gaz parfaits,

$$pV = nRT \quad p\bar{V} = mrT \quad pv = rT \quad (55)$$

où  $n$  est un nombre de moles et  $r = \frac{R}{M}$  une constante massique (intensive) propre à chaque gaz parfait.

Par exemple pour l'air atmosphérique,  $r = 287 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ .

On demande en outre à un gaz *caloriquement* parfait de posséder des chaleurs massiques  $c_p$  et  $c_v$  constantes. La définition de ces grandeurs se trouve plus loin. Dans le cas où on a seulement  $c_p - c_v = \text{cte}$ , le gaz est appelé *semi-parfait*. Un gaz parfait (GP) est parfait thermiquement et caloriquement.

### 8.2 Limites du modèle<sup>24</sup>

Pour tous les gaz, le modèle du GP n'est une bonne (ou très bonne) approximation que si le volume massique est suffisamment grand. Le comportement réel de tout gaz s'éloigne du modèle GP à mesure qu'on s'approche des conditions de liquéfaction.

23. C'est une constante universelle,  $R = 8,31451 \text{ Pa} \cdot \text{m}^3 \cdot \text{Mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$  ou  $\text{J} \cdot \text{Mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$

24. On trouvera plus loin une étude plus complète des *fluides réels*.

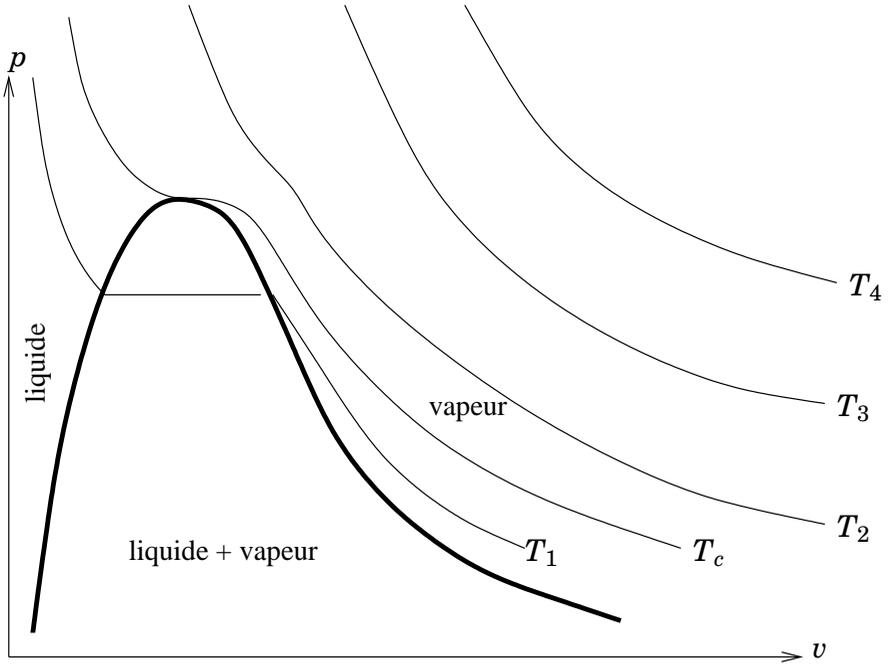


Figure 12 – fluide réel

Sur la figure 12, on voit que les isothermes sont des hyperboles équilatères caractéristiques des GP tant qu'elles sont éloignées de la zone de mélange saturé liquide+vapeur (isothermes T3 et T4). Ces isothermes se déforment à proximité de cette zone (T2), présentent une tangente horizontale au point critique (TC) et un segment horizontal à l'intérieur de la zone de mélange (T1).

Si le modèle GP n'est pas acceptable, alors il n'y a pas de calcul simple possible. De nombreux modèles ont été élaborés pour rendre compte de ce comportement plus complexe d'un gaz réel. Un des plus célèbres est celui de Van der Waals pour lequel

$$\left(p + \frac{a}{V_m^2}\right)(V_m - b) = RT \quad (56)$$

où  $a$  et  $b$  sont des constantes propres au fluide considéré.

Dans le cadre d'une utilisation industrielle de la thermodynamique, on peut considérer que si un fluide n'est pas parfait, son comportement

## 8 GAZ PARFAITS

sera connu grâce à des tables ou des diagrammes que nous verrons plus loin. L'étude analytique des fluides réels s'arrête donc ici et la seule difficulté est de déterminer dans chaque cas si le modèle GP qu'on est tenté d'adopter est pertinent ou non.

### 8.3 Coefficients calorimétriques, énergie interne, enthalpie

Dans une transformation d'un GP, on considère la chaleur massique

$$c = \delta q_e / dT \quad (57)$$

la valeur de  $c$  dépendant du gaz considéré mais aussi du type de la transformation<sup>25</sup>. Pour une adiabatique par exemple,  $c = 0$ . La chaleur massique et l'entropie massique ont la même unité,  $[\text{J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}]$

On pose comme définitions des chaleurs massiques à pression constante et à volume constant

$$c_p = \left( \frac{\delta q_e}{dT} \right)_{p=cte} \quad \text{et} \quad c_v = \left( \frac{\delta q_e}{dT} \right)_{v=cte} \quad (58)$$

Le gaz étant parfait,  $c_p$  et  $c_v$  sont des constantes.

Le long d'une transformation réversible, le PPT indique que

$$du = \delta q_e - p dv \quad (59)$$

En particulier, le long d'une isochore on a

$$dv = 0 \quad \text{et} \quad du = \delta q_e - p dv \quad (60)$$

donc

$$u = c_v T + cte \quad (61)$$

De même le long d'une isobare on a  $dp = 0$  et  $du = \delta q_e - p dv$ , donc

$$\frac{du}{dT} = \frac{\delta q_e}{dT} - \frac{p dv}{dT} \quad (62)$$

comme  $p dv = r dT$  vient la relation de Mayer qui caractérise aussi les gaz semi-parfaits,

$$c_p - c_v = r \quad (63)$$

$$c_p dT = c_v dT + r dT = du + p dv = dh \quad (64)$$

---

25. pour un même corps,  $c$  peut prendre n'importe quelle valeur, de  $-\infty$  à  $+\infty$ . voir[2]

soit

$$h = c_p T + cte \quad (65)$$

On pose  $\gamma$ , un nombre (sans dimension) égal à

$$\gamma = \frac{c_p}{c_v} \quad (66)$$

et on en déduit

$$c_v = \frac{r}{\gamma - 1} \quad \text{et} \quad c_p = \frac{\gamma r}{\gamma - 1} \quad (67)$$

Les théories cinétiques prévoient que  $\gamma = 5/3$  pour un gaz monoatomique, et  $7/5$  pour un diatomique. L'expérience est en bon accord ces prévisions : on mesure par exemple  $\gamma = 1,401$  pour l'air atmosphérique à  $20^\circ\text{C}$ , composé essentiellement de  $\text{N}_2$  et de  $\text{O}_2$ . Pour les triatomiques et au delà,  $\gamma$  dépend de la structure des molécules.

## 8.4 Expression de l'entropie des gaz parfaits

On a vu que  $du = T ds - p dv$ , soit

$$ds = c_v \frac{dT}{T} + p \frac{dv}{T} = c_v \frac{dT}{T} + r \frac{dv}{v} \quad (68)$$

d'où

$$s_2 - s_1 = c_v \ln \frac{T_2}{T_1} + r \ln \frac{v_2}{v_1} \quad (69)$$

De même, à partir de l'expression de l'enthalpie  $dh = T ds + v dp$ , il vient

$$ds = c_p \frac{dT}{T} - v \frac{dp}{T} = c_p \frac{dT}{T} - r \frac{dp}{p} \quad (70)$$

et

$$s_2 - s_1 = c_p \ln \frac{T_2}{T_1} - r \ln \frac{p_2}{p_1} \quad (71)$$

## 9 Principales transformations des gaz parfaits

*Il faut se méfier des ingénieurs. Ça commence par la machine à coudre et ça finit par la bombe atomique.*  
– Marcel Pagnol

Dans l'étude de ces transformations classiques, nous négligerons les variations de l'énergie cinétique  $cdc$  et de l'énergie potentielle  $gdz$ . Quand les irréversibilités sont de plus négligeables, il est alors permis de confondre le travail indiqué  $w_i$  avec le travail de transvasement  $w_t$ .

## 9 TRANSFORMATIONS DES GAZ PARFAITS

### 9.1 Isotherme

Une transformation isotherme est une évolution idéale infiniment lente où toute variation de température est instantanément compensée par un échange de chaleur avec l'extérieur : refroidissement pour une compression, échauffement pour une détente.

$$dT = 0 \Rightarrow p_2 v_2 = p_1 v_1 \quad (72)$$

#### isotherme en vase clos

$$w_e = \int_1^2 -p \, dv = -rT \int_1^2 \frac{dv}{v} = -rT \ln \frac{v_2}{v_1} = rT \ln \frac{p_2}{p_1} \quad (73)$$

$w_e$  est bien positif pour une compression où  $v_2 < v_1$

$$du = c_v dT = 0 \Rightarrow \delta w_e + \delta q_e = 0 \Rightarrow q_e = rT \ln \frac{v_2}{v_1} \quad (74)$$

#### isotherme avec transvasement

$$w_T = \int_1^2 v \, dp = rT \int_1^2 \frac{dp}{p} = rT \ln \frac{p_2}{p_1} = -rT \ln \frac{v_2}{v_1} \quad (75)$$

Dans ce cas particulier d'une évolution isotherme, on a  $w_i = w_e$

$$dh = c_p dT = 0 \Rightarrow \delta w_i + \delta q_e = 0 \Rightarrow q_e = rT \ln \frac{v_2}{v_1} = rT \ln \frac{p_1}{p_2} \quad (76)$$

### 9.2 Isobare

$$dp = 0 \Rightarrow p \, dv = r \, dT \quad (77)$$

#### isobare en vase clos

$$w_e = \int -p \, dv = -p(v_2 - v_1) = -r(T_2 - T_1) \quad (78)$$

$$q_e = (u_2 - u_1) - w_e = c_p(T_2 - T_1) \quad (79)$$

L'isobare en vase clos est un cas d'école ne correspondant à aucune situation industrielle courante.

**isobare avec transvasement**

$$\delta w_i = v dp = 0 \quad (80)$$

$$\delta q_e = dh - \delta w_i \Rightarrow q_e = c_p(T_2 - T_1) \quad (81)$$

Une transformation isobare avec transvasement est typique d'un écoulement pur avec pertes de charge négligées et avec échange de chaleur (échangeur, chaudière, ...).

**9.3 Isochore**

$$dv = 0 \quad (82)$$

**Isochore en vase clos**

$$w_e = \int -p dv = 0 \quad (83)$$

$$\delta w_e + \delta q_e = du \Rightarrow q_e = c_v(T_2 - T_1) = \frac{\gamma}{\gamma - 1}(p_2 - p_1) \quad (84)$$

L'isochore en vase clos décrit l'évolution d'un gaz dans un récipient fermé et rigide, qui ne peut donc échanger que de la chaleur avec l'extérieur.

**Isochore avec transvasement**

$$\delta w_i = v dp \Rightarrow w_i = v(p_2 - p_1) = r(T_2 - T_1) \quad (85)$$

$$\delta q_e = dh - \delta w_i = (c_p - r)dT \Rightarrow q_e = c_v(T_2 - T_1) = \frac{\gamma}{\gamma - 1}(p_2 - p_1) \quad (86)$$

L'isochore avec transvasement est un cas d'école ne correspondant à aucune situation industrielle courante, sauf dans le cas trivial des liquides qui sont incompressibles et qui ne sont donc pas des GP.

**9.4 Isenthalpe**

Dans un organe passif sans partie mobile (un robinet, un coude, un milieu poreux, etc.), il ne peut y avoir d'échange de travail entre le fluide et l'extérieur, et  $dw_i = 0$

Les pertes  $dq_f$  ne sont pas négligeables en général, mais si on néglige les échanges de chaleur, alors

$$\delta q_e = 0 \Rightarrow \delta w_i + \delta q_e = dh_t = 0 \quad (87)$$

## 9 TRANSFORMATIONS DES GAZ PARFAITS

où  $h_i$  représente l'enthalpie totale. Si, de plus, les variations d'énergie cinétique et potentielles sont négligeables, alors l'enthalpie est constante. Un tel écoulement est dit isenthalpe. Dans le cas d'un Gaz Parfait cet écoulement est également isotherme puisque  $dh = c_p dT$

Dans une telle transformation isenthalpe le travail de transvasement est entièrement dissipé en pertes.

### 9.5 Adiabatique réversible

$$\delta q_e = \delta q_f = 0 \Rightarrow ds = \frac{\delta q_e + \delta q_f}{T} = 0 \quad (88)$$

D'après le premier principe,

$$dh = \delta q_e + \delta w_i = 0 + v dp = T ds + v dp \quad (89)$$

donc

$$ds = c_p \frac{dT}{T} - r \frac{dp}{p} = c_v \frac{dT}{T} + r \frac{dv}{v} \quad (90)$$

et comme  $r = c_p - c_v$ , l'intégration de l'expression précédente donne

$$T_2^\gamma p_2^{1-\gamma} = T_1^\gamma p_1^{1-\gamma} \quad (91)$$

qu'on peut aussi écrire

$$T_2 v_2^{\gamma-1} = T_1 v_1^{\gamma-1} \quad (92)$$

Une autre forme, moins souvent utilisable mais plus mnémorique, est

$$pv^\gamma = cte \quad (93)$$

Pour résumer,

$$\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^{-\gamma} \quad (94)$$

Comme on a  $q_e = q_f = 0 \Rightarrow w_e = du = c_v dT$ , donc pour une évolution en vase clos,

$$w_e = c_v (T_2 - T_1) = \frac{p_2 v_2 - p_1 v_1}{\gamma - 1} \quad (95)$$

et pour une évolution avec transvasement, où on a

$$\delta w_i = dh = c_p dT \quad \text{et} \quad w_i = c_p (T_2 - T_1),$$

$$w_i = c_p (T_2 - T_1) = \frac{\gamma}{\gamma - 1} (p_2 v_2 - p_1 v_1) \quad (96)$$

## 9.6 Polytropiques

La transformation polytropique est une généralisation des transformations précédentes. Une polytropique est un *modèle* qui repose sur l'hypothèse de proportionnalité entre les quantités de chaleur –échangées avec l'extérieur ou générées par les frottements– et l'enthalpie,

$$T ds = \delta q_e + \delta q_f = \alpha dh \quad (97)$$

avec  $\alpha$  le facteur de proportionnalité, constant le long de la transformation.

D'après le premier principe, dans une transformation réversible avec transvasement où  $\delta w_t = \delta w_i$ , on a

$$\delta w_i + \delta q_e = dh \quad \text{soit} \quad \delta w_i = (1 - \alpha) dh \quad (98)$$

$$\delta w_i = v dp = (1 - \alpha) \frac{\gamma r}{\gamma - 1} dT \quad \Rightarrow \quad \frac{dp}{p} = (1 - \alpha) \frac{\gamma}{\gamma - 1} \frac{dT}{T} \quad (99)$$

et, en posant  $k$  une constante telle que

$$\frac{k}{k - 1} = (1 - \alpha) \frac{\gamma}{\gamma - 1} \quad (100)$$

il vient

$$\frac{p_2}{p_1} = \left( \frac{T_2}{T_1} \right)^{\frac{k}{k-1}} = \left( \frac{v_2}{v_1} \right)^{-k} \quad (101)$$

Ces relations ressemblent étrangement aux lois de l'isentropique ...

*Remarque* : On peut être amené à considérer une transformation polytropique sur une évolution en vase clos, bien que la situation industrielle soit rare. En effet, si les quantités de chaleur sont proportionnelles à l'enthalpie, elles sont aussi proportionnelles à l'énergie interne, puisque  $\delta q = \alpha dh = \alpha \gamma du$

On cherche ensuite à déterminer, selon la situation, le travail d'évolution en vase clos  $w_e$  ou le travail de transvasement  $w_t$

$$pv = rT \quad \Rightarrow \quad p dv + v dp = r dT \quad (102)$$

$$\frac{dp}{p} = -k \frac{dv}{v} \quad \Rightarrow \quad v dp = -k p dv \quad (103)$$

d'où l'expression des travaux

$$w_e = \frac{r}{k - 1} (T_2 - T_1) \quad (104)$$

## 9 TRANSFORMATIONS DES GAZ PARFAITS

et

$$w_t = \frac{kr}{k-1}(T_2 - T_1) \quad (105)$$

avec  $\frac{kr}{k-1}$  la chaleur massique du gaz dans cette polytropique particulière.

On vérifie qu'une évolution polytropique est un cas plus général dans lequel on retrouve

1. L'adiabatique réversible (isentropie) où  $k = \gamma$  et  $\alpha = 0$
2. L'isobare où  $k = 0$ ,  $\alpha = 1$  et le travail de transvasement est nul.
3. L'isochore où  $k \rightarrow \infty$ ,  $\alpha = 1/\gamma$  et le travail en vase clos est nul.

Pour l'isotherme réversible où  $k = 1$  et  $\alpha \rightarrow \infty$ , l'utilisation de ce résultat amène une forme indéterminée, mais on a vu auparavant que

$$w_t = -rT \ln \frac{v_2}{v_1} = rT \ln \frac{p_2}{p_1} \quad (106)$$

### 9.6.1 Compression réversible refroidie

On a vu pour une compression (idéale) isotherme et réversible, que le travail à fournir pour faire passer un GP de  $p_1$  à  $p_2$  est égal à

$$w_{t_0} = \int_1^2 -p \, dv = -rT \ln \frac{v_2}{v_1} \quad (107)$$

et pour une compression adiabatique réversible que le travail est égal à

$$w_{t_s} = \Delta h = c_p(T_2 - T_1) \quad (108)$$

Il est évident<sup>26</sup> que la compression isotherme est celle qui demande le travail le plus faible. Lors d'une compression réelle on essaiera autant que possible de se rapprocher de l'évolution isotherme en refroidissant le fluide pendant la compression (ou entre deux ou plusieurs compressions successives dans le cas de compressions étagées). Dans une compression réversible refroidie on a  $\delta q_e < 0$  et  $\delta q_f = 0$ , soit  $d_s < 0$

L'expérience montre que le modèle de la polytropique réversible refroidie représente avec une bonne approximation l'évolution d'un gaz dans un compresseur alternatif muni de dispositifs de refroidissement (ailettes autour du cylindre, circulation d'eau, etc.).

---

26. et plus évident encore après l'étude des diagrammes, chapitre 10.

L'exposant  $k$  de la polytropique est compris entre 1 (évolution idéale isotherme) et  $\gamma$  (adiabatique), et d'autant plus proche de 1 que le refroidissement est efficace et le travail petit. Il ne faut donc pas s'étonner que la température augmente malgré le refroidissement, elle augmente moins que dans l'évolution adiabatique.

### 9.6.2 Compression irréversible

Dans certaines machines comme les turbocompresseurs, il n'est pas possible de refroidir de façon significative pendant la compression. Les irréversibilités dues aux frottements et les apports de chaleur qui leur correspondent deviennent alors prépondérants, l'évolution est adiabatique et irréversible.  $\delta q_e = 0$  et  $\delta q_f > 0$ , soit  $d_s > 0$

Dans ce cas l'exposant  $k$  de la polytropique est plus grand que  $\gamma$ . Le travail à fournir et la température finale sont plus grands que dans la compression adiabatique réversible qui constitue alors le modèle vers lequel tendre.

### 9.6.3 Détente irréversible

Dans une machine de détente les échanges de chaleur sont presque toujours négligeables, les turbines étant calorifugées. Le modèle de la polytropique irréversible s'applique avec  $1 < k \leq \gamma$

## 9.7 Adiabatique avec transfert de masse

Nous avons négligé dans tout ce chapitre l'énergie potentielle (cas général des gaz à faible masse volumique) et l'énergie cinétique (comme dans les machines volumétriques où les vitesses sont faibles). Il faut évidemment vérifier au cas par cas la validité de ces hypothèses simplificatrices, comme dans la figure 13.

Dans les turbomachines les vitesses sont grandes, souvent proches de la célérité des ondes<sup>27</sup>, et l'énergie cinétique n'est pas négligeable en général.

### 9.7.1 Température totale, enthalpie totale

Soit un écoulement à vitesse  $c$ , pression  $p$  et température  $T$ . La pression et la température sont –idéalement– mesurées avec des capteurs se

---

27. communément nommée «vitesse du son».

## 9 TRANSFORMATIONS DES GAZ PARFAITS

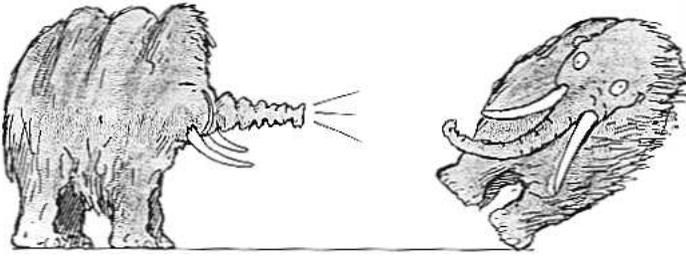


Figure 13 – l'énergie cinétique d'un gaz

déplacant à la vitesse de l'écoulement. On les appelle donc *pression statique* et *température statique*.

Soit un obstacle dans l'écoulement sur lequel la vitesse est nulle. On vérifie expérimentalement que sur le *point d'arrêt* que constitue l'obstacle la température  $T_t$  est plus élevée que  $T$ . On appelle *température d'arrêt* cette température  $T_t$ .

Entre un point dans l'écoulement (immédiatement devant l'obstacle) et le point d'arrêt l'*enthalpie totale*, somme de l'enthalpie et de l'énergie cinétique et notée  $h_t$  se conserve, et

$$w_i = 0 \quad \text{et} \quad q_e = 0 \quad \Rightarrow \quad \Delta h_t = \Delta \left( h + \frac{c^2}{2} \right) = 0 \quad (109)$$

donc

$$c_p T + \frac{c^2}{2} = c_p T_t \quad (110)$$

et

$$T_t = T + \frac{c^2}{2c_p} \quad (111)$$

Soient deux points différents éloignés dans un écoulement pur (sans échange de travail) et adiabatique, la température totale se conserve entre ces deux points.

Remarque : dans la pratique il est difficile de mesurer la température statique, un thermomètre fixe constitue un point d'arrêt dans l'écoulement et mesure en fait la température totale.

### 9.7.2 Pression totale

Soit un obstacle dans l'écoulement. On vérifie expérimentalement que sur le point d'arrêt la pression  $p_t$  est plus grande que la pression statique  $p$ . On appelle *pression d'arrêt* cette pression  $p_t$ .

On a vu qu'entre un point dans l'écoulement (immédiatement devant l'obstacle) et le point d'arrêt l'enthalpie totale et la température totale se conservent. Si de plus l'écoulement est *réversible* entre ces deux points (le frottement est négligeable) alors l'entropie est constante et

$$p_t = p \left( \frac{T_t}{T} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \quad (112)$$

On observe expérimentalement que cette condition de réversibilité est respectée dans un écoulement subsonique, et qu'elle ne l'est pas si l'écoulement est supersonique. Dans ce deuxième cas une *onde de choc* irréversible se forme devant l'obstacle.

Entre deux points différents (1) et (2) dans un écoulement pur, adiabatique et *réversible*, l'entropie est constante,

$$c_p \ln \frac{T_2}{T_1} - r \ln \frac{p_2}{p_1} = c_p \ln \frac{T_{t2}}{T_{t1}} - r \ln \frac{p_{t2}}{p_{t1}} = 0 \quad (113)$$

et donc la pression totale se conserve.

Il est difficile de mesurer une température statique, par contre on peut facilement mesurer les pressions totale et statique dans un écoulement subsonique, avec un tube de Pitot double par exemple.

On trouvera une présentation plus complète de ces problèmes d'écoulements sub et supersoniques dans [9], et des exemples d'application en page 85.

## 10 Gaz parfaits et diagrammes

*Il n'y a rien d'extraordinaire à cela. il n'y a qu'à appuyer sur la bonne touche au bon moment, et l'instrument joue tout seul.* —J.S.Bach

Le calcul analytique des états et des transformations des fluides réels est difficile. Dans la pratique industrielle on a recours à des valeurs tabulées ou à des lectures de diagrammes. On étudie dans ce chapitre le comportement des gaz parfaits pour lesquels les calculs sont simples, mais pour lesquels les diagrammes sont cependant utiles puisqu'ils permettent une représentation graphique des phénomènes physiques. Ils constituent essentiellement un support et une aide aux raisonnements. Les diagrammes les plus utilisés sont le diagramme de Clapeyron ( $p,v$ ), le diagramme entropique ( $T,s$ ), et le diagramme enthalpique ( $h,s$ )

### 10.1 Diagramme de Clapeyron ( $p,v$ )

Dans ce diagramme la pression est représentée en fonction du volume massique :  $p = f(v)$ .

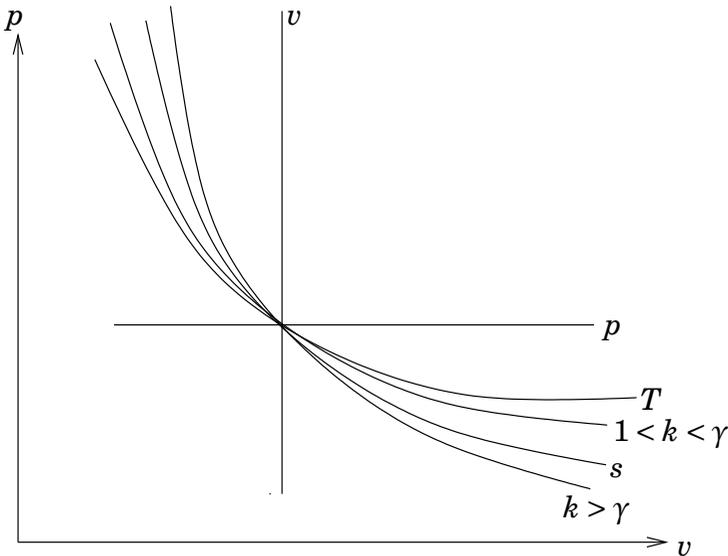


Figure 14 – diagramme de Clapeyron.

### 10.1.1 Représentation des principales transformations

**Transformation isotherme**  $dT = 0$ , le produit  $pv$  est donc constant et les isothermes sont représentées par un réseau d'hyperboles équilatères. La pente locale d'une courbe est

$$\frac{dp}{dv} = -\frac{p}{v} = -\frac{p^2}{rT} \quad (114)$$

**Transformation isobare**  $dp = 0$ , les isobares sont évidemment des droites horizontales.

**Transformation isochore**  $dv = 0$ , les isochores sont des droites verticales.

**Transformation adiabatique réversible ou isentropique** L'entropie massique  $s$  est constante et l'évolution obéit à la relation  $pv^\gamma = cte$ . Les isentropes sont représentées par un réseau de courbes dont la pente est

$$\frac{dp}{dv} = -\gamma \frac{p}{v} = -\gamma \frac{p^2}{rT} \quad (115)$$

Une isentrope présente en chaque point une pente plus grande -en valeur absolue- que celle de l'isotherme dans un rapport  $\gamma$ .

**Transformations polytropiques** Les polytropiques ( $pv^k = cte$ ) sont représentées des courbes dont la pente est

$$\frac{dp}{dv} = -k \frac{p}{v} = -k \frac{p^2}{rT} \quad (116)$$

Une polytropique présente en chaque point une pente  $k$  fois plus grande que celle de l'isotherme.

La figure 14 rassemble ces résultats dans le plan  $p = f(v)$

### 10.1.2 Représentation des travaux

Soit une évolution quelconque entre un état 1 et un état 2.

**Le travail d'évolution en vase clos** est égal à  $w_e = \int_1^2 -p dv$  et il est graphiquement représenté par l'aire  $(a,1,2,b)$  de la figure 15)

Il est négatif s'il est décrit dans le sens horaire  $(a,1,2,b)$  où  $dv$  est positif (comme dans une détente), et inversement.

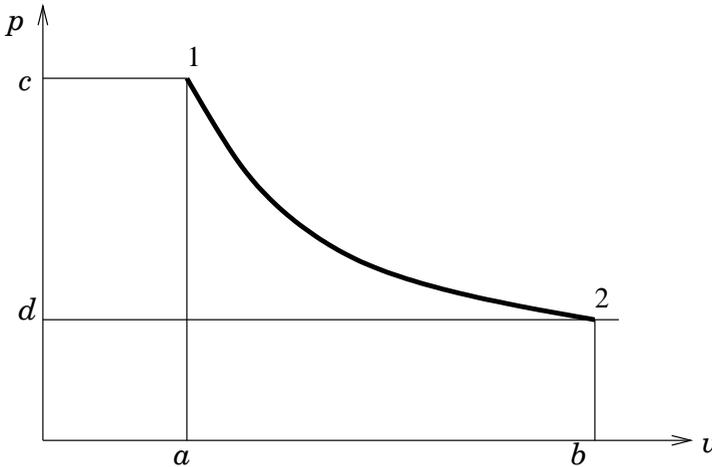


Figure 15 – les travaux dans  $(p,v)$ .

**Le travail de transvasement** de la même évolution 1-2 est graphiquement représenté par l'aire  $(c,1,2,d)$  de la même figure puisqu'il est égal à

$$w_t = \int_1^2 v dp \quad (117)$$

Comme  $w_e$ ,  $w_t$  est négatif s'il est décrit dans le sens horaire  $(c,1,2,d)$  où  $dp$  est négatif et inversement.

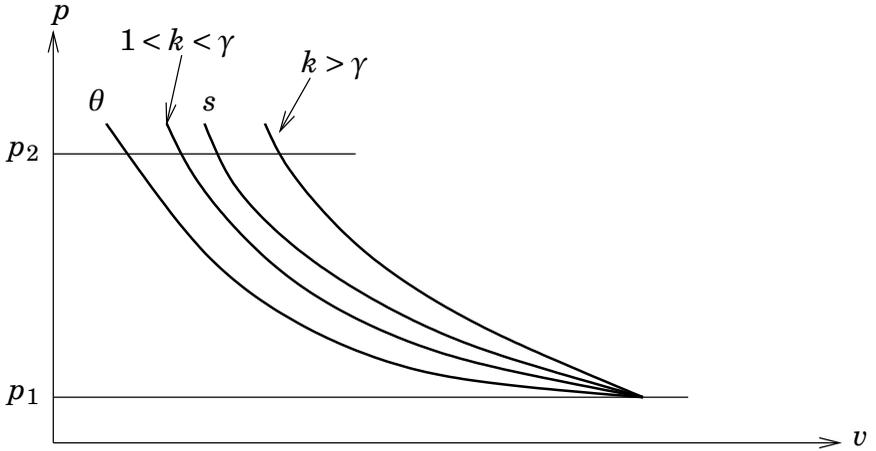
On retrouve dans le plan  $(p,v)$  les résultats de l'étude du diagramme entropique : le travail de transvasement est ici représenté par l'aire comprise entre la courbe, l'axe des pressions et les deux isobares. La figure 16 met en évidence le fait que le travail de transvasement augmente avec l'exposant  $k$  de la polytropique.

## 10.2 Diagramme entropique $(T,s)$

Dans ce diagramme la température  $T$  est représentée en fonction de l'entropie massique  $s$ .

**Transformation isotherme**  $T = cte$ , les isothermes sont évidemment des droites horizontales.

**Transformation adiabatique réversible**  $s = cte$ , ces transformations sont représentées par des droites verticales.

Figure 16 – compression dans ( $p,v$ ).

**Transformation isobare**  $p = cte$ . On a vu qu'en combinant l'équation de l'énergie et la loi d'état des GP, on peut écrire l'expression de l'entropie massique,

$$ds = c_p \frac{dT}{T} - r \frac{dp}{p} \quad (118)$$

Le long d'une isobare, où  $dp = 0$ , la pente locale de la courbe est égale à

$$\frac{dT}{ds} = \frac{T}{c_p} \quad (119)$$

Les isobares sont donc représentées par un réseau de courbes exponentielles, décalées horizontalement les unes des autres d'une constante égale à

$$\Delta s = r \ln \frac{p_2}{p_1} \text{ comme sur la figure 17 dans laquelle } p_2 > p_1$$

**Transformation isochore**  $v = cte$ , On a vu qu'on peut écrire aussi

$$ds = c_v \frac{dT}{T} + r \frac{dv}{v} \quad (120)$$

Le long d'une isochore où  $dv = 0$ , la pente locale de la courbe est égale à

$$\frac{dT}{ds} = \frac{T}{c_v} \quad (121)$$

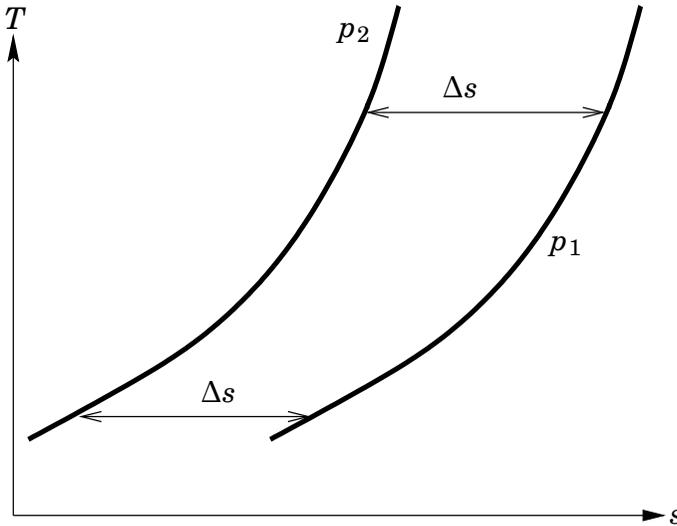


Figure 17 – isobares dans  $(T, s)$ .

Cette pente est plus grande que celle de l'isobare passant par le même point, puisque  $c_p > c_v$ .

Les isochores sont également représentées par un réseau de courbes exponentielles décalées horizontalement les unes des autres d'une constante égale à  $\Delta s = r \ln \frac{v_2}{v_1}$

**Transformations polytropiques** On cherche la pente  $dT/ds$  d'une polytropique dans le repère  $(T, s)$ . Comme on a vu en (9.6), il y a proportionnalité entre les quantités de chaleur et l'enthalpie,

$$T ds = \delta q_e + \delta q_f = \alpha dh \tag{122}$$

avec  $\alpha$  constant.

$$\frac{dh}{ds} = \frac{c_p dT}{ds} = \frac{T}{\alpha} \tag{123}$$

$$T = \exp\left(\frac{s}{\alpha c_p} + cte\right) \tag{124}$$

Dans un repère  $(T, s)$  toutes les évolutions polytropiques sont représentées par des exponentielles. Ce résultat est en accord avec les précédents concernant les cas particuliers de polytropique que sont l'isotherme, l'isentrope, l'isobare et l'isochore.

La figure 18 rassemble ces résultats.

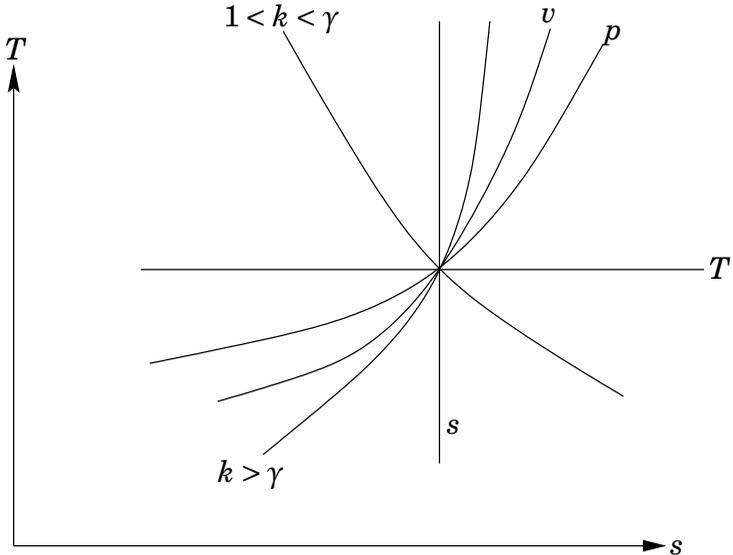


Figure 18 – isovaleurs dans  $(T,s)$ .

### 10.3 Compressions dans $(T,s)$

Remarque préalable : les évolutions réelles ne sont en général ni tout à fait adiabatiques, ni tout à fait réversibles. Si on néglige  $q_e$  devant  $q_f$  ou réciproquement  $q_f$  devant  $q_e$ , ce ne sont que des hypothèses simplificatrices, très acceptables dans la plupart des cas.

#### 10.3.1 Isotherme réversible

Réversible :  $\delta q_f = 0$ , isotherme :  $T = cte$ .

$$T ds = \delta q_e \quad \Rightarrow \quad q_e = \int_1^2 T ds \quad (125)$$

Dans une évolution élémentaire où  $ds < 0$ ,  $q_e$  est négatif. Cette quantité de chaleur est représentée par l'aire  $(a,1,2_\theta,b)$  de la figure 19.

Comme  $w_t = w_e = -q_e$ , ces travaux sont positifs et représentés par la même aire.

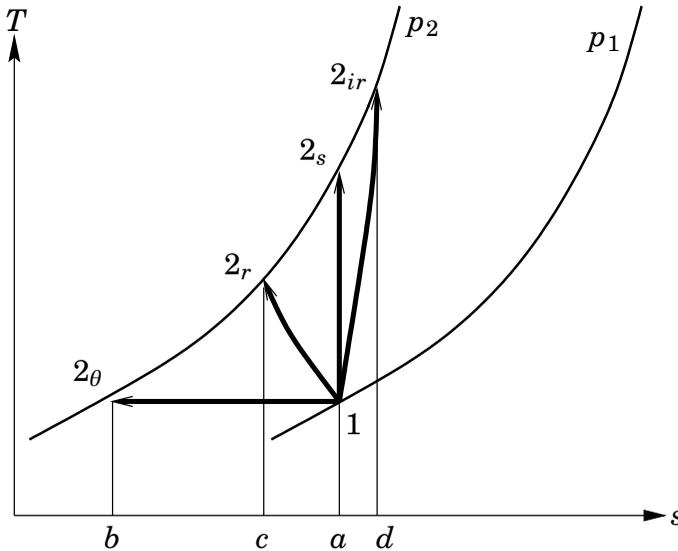


Figure 19 – compressions dans  $(T,s)$ .

### 10.3.2 Adiabatique réversible

Le long de  $1 - 2_s$  sur la figure 19, on a

$$\delta q_e = \delta q_f = 0 \quad \Rightarrow \quad ds = \frac{\delta q_e + \delta q_f}{T} = 0 \quad (126)$$

$$\delta w_i = dh = T ds + v dp = \delta w_t \quad \Rightarrow \quad \delta w_i = h_{2_s} - h_1 \quad (127)$$

Le long de l'isobare  $2_s - 2_\theta$ , on a  $\delta w_t = v dp = 0$

Le long de l'isotherme  $1 - 2_\theta$  on a  $dh = c_p dT$ , donc  $h_1 = h_{2_\theta}$

Par conséquent,  $w_i$  est finalement représenté par l'aire du polygone curviligne  $(a, 2_s, 2_\theta, b)$  dans la figure 19. (S'il faut considérer le travail en vase clos, le même raisonnement peut être construit le long d'une isochore.)

La température finale  $T_{2_s}$  est évidemment plus élevée que la température initiale  $T_1$ . L'aire  $(1, 2_s, 2_\theta)$  représente le travail supplémentaire à fournir dans cette compression, par rapport à l'isotherme réversible. Il est évident que l'isotherme réversible représente la compression (idéale) la plus économique.

### 10.3.3 Polytropique réversible

La compression isotherme est la compression qui demande le travail le plus faible. Dans une compression réelle, on essayera autant que possible de se rapprocher de l'évolution isotherme en refroidissant le fluide pendant la compression. On peut négliger  $q_f$  devant  $q_e$  et écrire

$$q_e < 0 \quad \text{et} \quad q_f = 0 \quad \text{soit} \quad ds < 0 \quad (128)$$

L'évolution réelle peut être décrite en bonne approximation par une polytropique réversible (ou « à refroidissement prépondérant ») comme dans l'évolution 1–2<sub>r</sub> de la figure 19. La température finale est comprise entre celle de l'isentrope et la température initiale. En utilisant les mêmes relations pour celles de l'isentrope, on trouve que

$$\delta q_e = T ds \quad \Rightarrow \quad q_e = \int_1^{2_r} T ds \quad (129)$$

donc l'aire  $(a,1,2_r,c)$  représente  $-q_e$ .

$$w_i + q_e = h_{2_r} - h_1 = h_{2_r} - h_{2_\theta} \quad (130)$$

L'ensemble  $w_i + q_e$  est représenté (algébriquement) par l'aire  $(c,2_r,2_\theta,b)$ . Par différence,  $w_i$  est représenté par l'aire totale  $(a,1,2_r,2_\theta,b)$ . Le triangle curviligne  $(1,2_r,2_\theta)$  représente le travail supplémentaire à fournir par rapport à l'isotherme réversible, mais plus faible que dans le cas de l'isentrope.

### 10.3.4 Polytropique irréversible

La compression est adiabatique mais les irréversibilités dues aux frottements et les apports de chaleur qui leur correspondent ne sont pas négligeables. On en déduit que

$$q_e = 0 \quad \text{et} \quad q_f > 0 \quad \text{soit} \quad ds > 0 \quad (131)$$

$q_f = T ds$  est représenté par l'aire  $(a,1,2_{ir},d)$  dans la figure 19.

$w_i = h_{2_{ir}} - h_1 = h_{2_{ir}} - h_{2_\theta}$  est représenté par l'aire  $(b,2_\theta,2_{ir},d)$ .

L'aire  $(a,1,2_{ir},d)$  représente l'excédent de travail par rapport à l'isentrope,

$w_t = w_i + w_f = w_i - q_f$  est représenté par l'aire  $(b,2_\theta,2_{ir},1,a)$

L'aire du triangle  $(1,2_s,2_{ir})$  est dénommée *chaleur de réchauffage*. Elle représente la part de travail supplémentaire causée par l'augmentation

de volume massique pendant la compression, conséquence indirecte des irréversibilités. La température finale est, bien entendu, plus élevée que celle de l'isentrope.

10.3.5 Compressions étagées

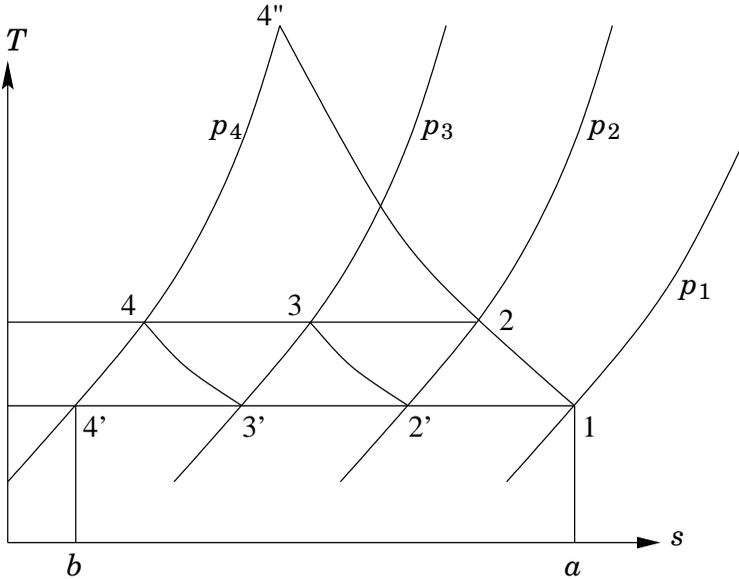


Figure 20 – compression multi-étagée refroidie.

La compression isotherme est la plus économique. Si on ne peut pas la réaliser en pratique, on peut s'en approcher par une compression réelle étagée (polytropicque à refroidissement prépondérant sur la figure 20, mais le raisonnement est le même pour une polytropicque irréversible). Chaque compression partielle est suivie d'un refroidissement isobare, à travers un échangeur de chaleur dans lequel on néglige les pertes. Le travail indiqué (à fournir) est représenté par l'aire  $(a,1,2,2',3,3',4,4',b)$ . Il est évidemment inférieur à celui d'une compression mono étagée le long de la même polytropicque, c'est à dire l'aire  $(a,1,4'',4',b)$ . En faisant tendre le nombre d'étages vers l'infini, on pourrait théoriquement s'approcher d'une compression isotherme.

Les températures de sortie des différents échangeurs sont en géné-

ral égales entre elles parce qu'elles sont fixées par la température de la "source froide" disponible (air ou eau) et par l'efficacité des échangeurs :  $T_{2'} = T_{3'} = T_{4'}$ .

Il y a deux cas à considérer : les compressions peuvent être réversibles et refroidies, ou bien irréversibles et adiabatiques.

**Compressions réversibles et refroidies** Dans ce cas, et si on admet que toutes les compressions sont représentées par la même polytropique (même exposant  $k$ , avec  $k < \gamma$ ), alors le travail absorbé par deux étages successifs est

$$w_i = \frac{kr}{k-1}(T_2 - T_1 + T_3 - T_{2'}) \quad (132)$$

Pour simplifier l'écriture, on pose la constante  $\beta = \frac{k-1}{k}$  et comme  $T_{2'} = T_1$ ,

$$\begin{aligned} w_i &= \frac{r}{\beta} \left[ T_1 \left( \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^\beta - 1 \right) + T_{2'} \left( \left( \frac{p_3}{p_2} \right)^\beta - 1 \right) \right] \\ &= \frac{r}{\beta} T_1 \left[ \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^\beta + \left( \frac{p_3}{p_2} \right)^\beta - 2 \right] \end{aligned} \quad (133)$$

La valeur optimale de  $p_2$  est celle qui annule  $\frac{\partial w_i}{\partial p_2}$

$$\frac{\partial}{\partial p_2} \left( \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^\beta + \left( \frac{p_3}{p_2} \right)^\beta \right) = 0 \quad \Rightarrow \quad \beta \cdot p_1^{-\beta} \cdot p_2^{\beta-1} = \beta \cdot p_3^\beta \cdot p_2^{-\beta-1} \quad (134)$$

et, en définitive,

$$p_2^2 = p_3 \cdot p_1 \quad \text{soit} \quad \frac{p_3}{p_2} = \frac{p_2}{p_1} \quad (135)$$

Il est facile de généraliser à un plus grand nombre d'étages de compression.

Conclusions : si  $T_{2'} = T_{3'} = T_{4'} \dots$  et si les taux de compression (rapport de la pression de sortie sur la pression d'entrée) de chaque étage sont identiques, alors le travail total d'une compression étagée est minimal. Dans ces conditions les travaux indiqués de chaque étage sont égaux entre eux, ainsi que les températures en fin de compression :  $w_{i_1} = w_{i_2} = w_{i_3} = \dots$  et  $T_2 = T_3 = T_4 = \dots$

## 10 GAZ PARFAITS ET DIAGRAMMES

**Compressions adiabatiques et irréversibles** Si les compressions sont adiabatiques et irréversibles, le travail absorbé par deux étages successifs est

$$w_i = \frac{\gamma r}{\gamma - 1} (T_2 - T_1 + T_3 - T_2') \quad (136)$$

En posant  $\beta = \frac{r}{c_p} = \frac{\gamma - 1}{\gamma}$ , on arrive à la même équation (133) et aux mêmes conclusions que dans le cas d'une compression réversible refroidie : le travail d'une compression étagée est minimal à condition que les taux de compression de chaque étage soient identiques.

Dans la pratique industrielle, on limite le taux de compression  $p_{n+1}/p_n$  de chaque étage à un maximum de 5 à 6.

Un autre avantage de la compression étagée est qu'en limitant la température maximale, elle permet une lubrification plus facile des hauts de cylindres et évite la décomposition des huiles.

### 10.4 Détentes dans $(T,s)$

Dans l'énergétique industrielle les détenteurs sont pratiquement toujours adiabatiques. Il n'y a donc que deux cas à considérer.

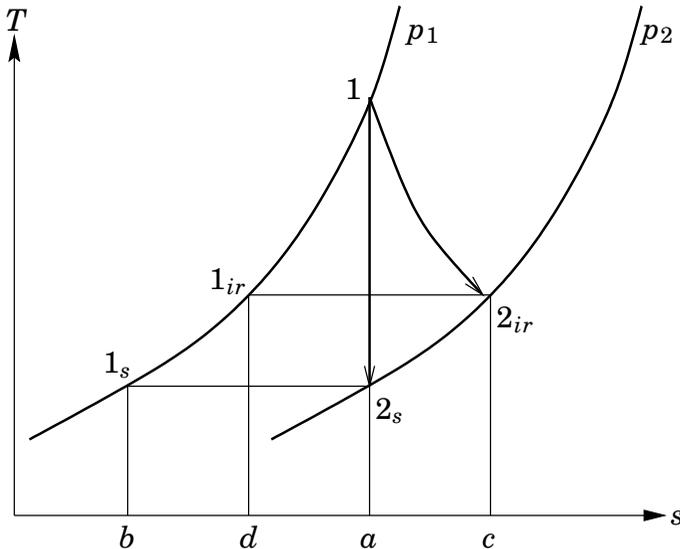


Figure 21 – détenteurs dans  $(T,s)$ .

### 10.4.1 Détente réversible

C'est l'évolution idéale dans une machine de détente dans laquelle les irréversibilités seraient négligeables. Les relations sont identiques à celles de la compression adiabatique réversible, les conclusions également :

$$\delta w_{i_s} = dh = T ds + v dp = \delta w_t \quad \Rightarrow \quad w_{i_s} = h_{2_s} - h_1 \quad (137)$$

Le travail indiqué  $w_{i_s}$  est négatif. Il est représenté par l'aire du polygone curviligne  $(a,1,1_s,b)$  de la figure 21.

### 10.4.2 Détente irréversible

Les irréversibilités ne sont plus ici négligées, et la production de chaleur entraîne une génération d'entropie. La température  $T_{2_{ir}}$  en fin de détente est plus élevée que celle de la détente réversible correspondante,  $T_{2_s}$ . Le travail indiqué, récupérable par l'utilisateur aux pertes « mécaniques » près, est également plus petit en valeur absolue. Dans la figure 21 on a

$$|w_i| = |c_p(T_{2_{ir}} - T_1)| < |w_{i_s}| = |c_p(T_{2_s} - T_1)| \quad (138)$$

$w_i$  est représenté par l'aire  $(c,2_{ir},1,1_{ir},d)$ . Les quantités de chaleur  $q_f$  générées par les frottements sont incorporées au fluide au cours de la détente et compensent partiellement les pertes de travail indiqué par l'augmentation de volume massique qui en résulte,

$$\delta w_i = dh = T ds + v dp \quad (139)$$

avec  $\delta w_i < 0$ ,  $v dp > 0$ , et  $|dp| > |dp|_s$

C'est une des raisons pour lesquelles les turbines ont en général de meilleurs rendements que les compresseurs correspondants.

## 10.5 Quelques autres diagrammes

On rencontre en pratique d'autres représentations que celles des plans  $(p,v)$  et  $(T,s)$ . Pour mémoire, voici les plus courants :

**Diagramme enthalpique** C'est le diagramme (dit de Mollier) qui décrit le fluide dans le plan  $(h,s)$ . Il est employé dans les cas où il permet une lecture plus précise qu'avec le diagramme entropique, puisque ce sont les variations de l'enthalpie qui donnent des informations directes sur les énergies mises en jeu dans les transformations avec transvasement. C'est

## 10 GAZ PARFAITS ET DIAGRAMMES

donc surtout quand on manipule des fluides réels qu'il peut être utile. Le raisonnement se fait sur le diagramme entropique, les lectures sur le diagramme enthalpique (mais attention aux origines des échelles, éventuellement différentes).

**Diagramme d'Amagat** Diagramme dans le plan  $(pv, v)$ . Intéressant pour illustrer les écarts entre le modèle du GP et la réalité. On rencontre également le plan  $(pv/rT, T)$  Voir [12]

**Diagrammes des fluides frigorigènes** Comme leur nom l'indique, ils sont utilisés dans la pratique des installations frigorifiques, des pompes à chaleur, de la climatisation. Ils présentent le plus souvent en abscisse l'enthalpie, et en ordonnée la pression sous une échelle logarithmique. Les fluides frigorigènes sont dans la plupart des cas des fluides réels qui subissent des changements de phase au cours des cycles. Leur étude relève donc des chapitres suivants.

**Diagramme de Watt** C'est un diagramme dans le plan  $(p, V)$ . On le rencontre surtout dans l'étude des machines volumétriques, où le volume  $V$  est proportionnel au déplacement du piston. Nous l'avons déjà utilisé (voir page 20) pour illustrer l'enthalpie. C'est historiquement le plus ancien diagramme.



# 11 Fluides réels

*La vie est faite d'illusions. Parmi ces illusions, certaines réussissent. Ce sont elles qui constituent la réalité.* Jacques Audiberti

On a vu que le modèle du Gaz Parfait n'est souvent qu'une approximation, et de plus en plus mauvaise à mesure qu'on s'approche de la courbe de saturation, c'est à dire des conditions de changement de phase (voir figure 12 en page 33). Mais beaucoup de transformations industrielles utilisent précisément ces changements de phase et les chaleurs latentes qui en résultent. C'est le cas général des centrales de production électrique, qu'elles soient conventionnelles ou nucléaires, mais aussi celui de la production de froid industriel ou domestique.

Dans ces conditions le calcul analytique des transformations est très malcommode. On préfère donc souvent se référer à des données expérimentales présentées sous forme de diagrammes ou de tables. Ces dernières se prêtent tout particulièrement au traitements informatiques.

## 11.1 Espace $(T,v,p)$

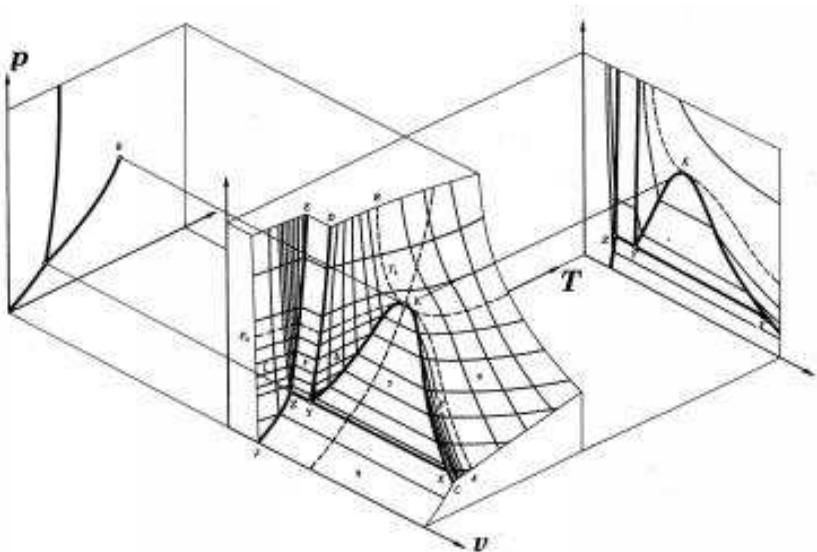


Figure 22 – fluide réel dans  $(T, v, p)$ .

## 11 FLUIDES RÉELS

Les figures 22 et 23, extraites de [3], illustrent la loi d'état de la plupart des corps avec les différentes phases ou mélanges de phases qu'ils peuvent présenter. C'est une surface dans l'espace  $(T, v, p)$ . La figure 22 est représentative de la plupart des corps qui voient en général leur volume massique diminuer pendant la solidification.

Le point triple est représenté par le point  $T$  dans le plan  $(p, T)$  et par le segment  $xyz$  dans la surface  $(p, v, T)$ . L'autre point remarquable est le point critique  $K$ , au sommet de la courbe de saturation. Au-delà de ce point (c'est à dire si  $T > T_c$  ou si  $p > p_c$ ) il n'y a plus de distinction entre les phases liquide et vapeur. Ce phénomène remarquable est bien décrit par [2]. La figure 23 est propre à l'eau et quelques autres corps pour

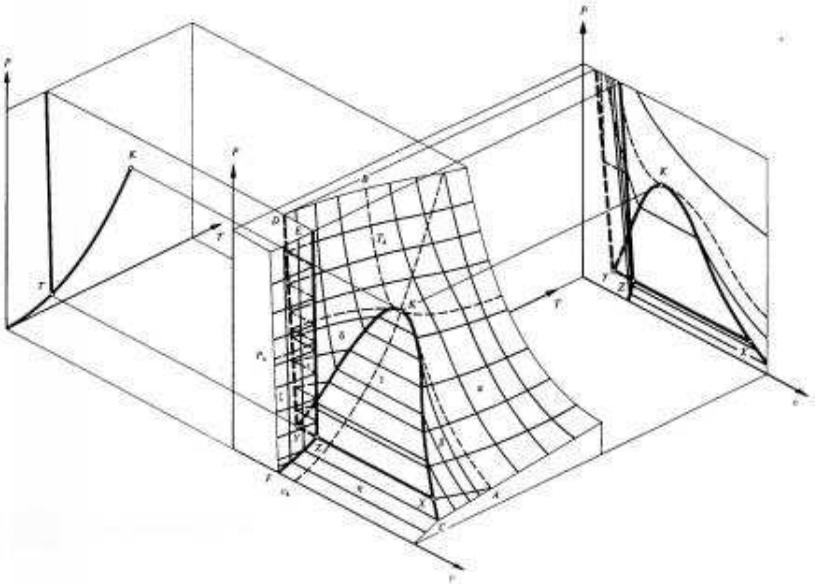
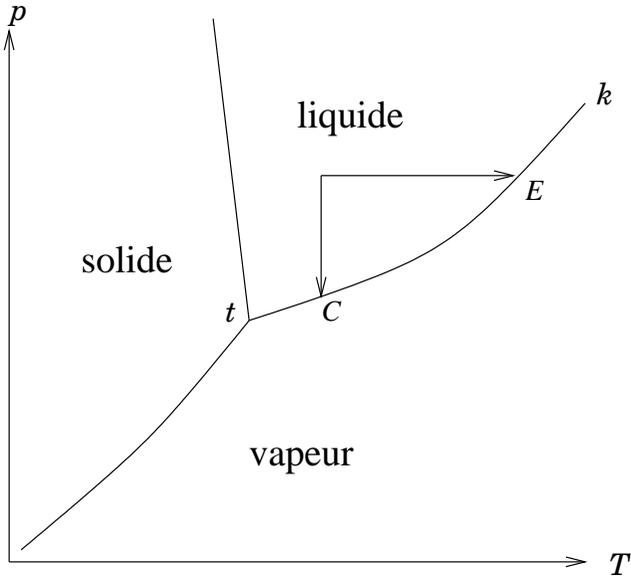


Figure 23 – l'eau dans  $(T, v, p)$ .

lesquels la solidification s'accompagne d'une augmentation de volume.

Dans le plan  $(p, T)$  les trois zones solide, liquide et vapeur apparaissent ; mais pas les zones multiphasiques. On peut représenter dans ce plan les deux évolutions types permettant le passage de l'état liquide à celui de vapeur.

On peut obtenir cette transformation en augmentant la température : c'est la classique ébullition observée au point  $E$  de la figure 24. (Remar-

Figure 24 – l'eau dans  $(p,T)$ .

quons au passage que la température d'ébullition augmente avec la pression. C'est le principe de la « cocotte minute » qui permet de cuire les aliments plus rapidement grâce à une pression supérieure à la pression atmosphérique.) On peut aussi obtenir cette transformation en baissant la pression à température constante (point  $C$ ). On utilise cette propriété dans le domaine agro-alimentaire pour deshydrater à température modérée. Mais c'est aussi la cavitation souvent observée dans les pompes, turbines ou vannes, phénomène très gênant parce qu'il peut provoquer bruits et vibration, baisses des performances des machines, et détérioration rapide du matériel par une érosion spécifique.

## 11.2 Diagramme entropique

On retrouve dans le plan  $(T,s)$ , schématisé sur la figure 25 en page 60, les zones de liquide, de vapeur et de mélange liquide+vapeur. Les régions où se rencontre la phase solide ne sont pas usuellement représentées dans les diagrammes industriels, car sans grand intérêt énergétique.

La courbe de liquide saturé (ou courbe d'ébullition) sépare les zones de liquide pur et de mélange. La courbe de vapeur saturée (ou courbe de

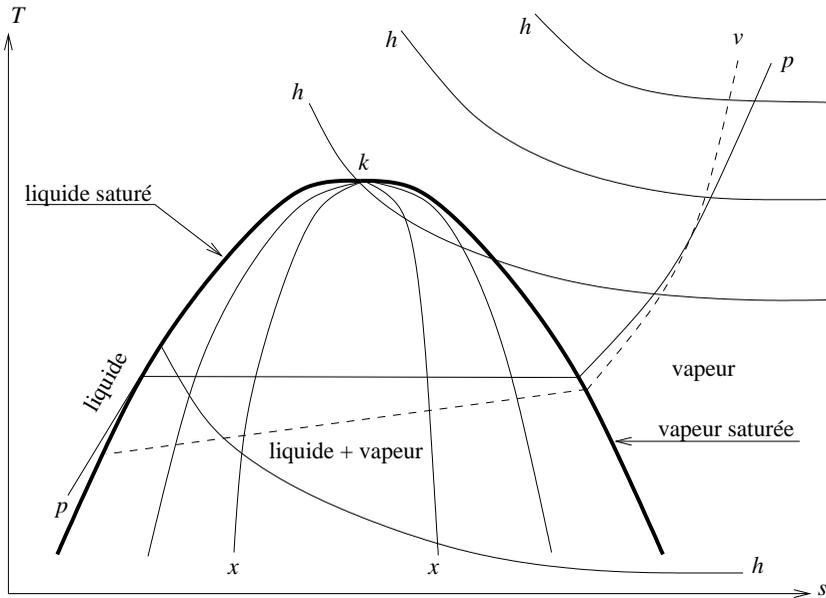


Figure 25 – fluide réel dans  $(T,s)$ .

rosée) sépare les zones de mélange et de vapeur pure. Ces deux courbes de saturation se rejoignent sur la même tangente horizontale au point critique  $k$ .

On peut décrire les transformations types dans ce diagramme. Les isothermes sont évidemment des droites horizontales, et les isentropes des verticales.

Un exemple d'isobare est représenté (courbe  $p$ ). Dans la zone liquide, l'isobare est presque confondue avec la courbe de liquide saturé, puisque les liquides sont quasiment incompressibles (la distance entre les deux courbes est très exagérée sur la figure, pour une représentation plus commode). Dans la zone de mélange, l'isobare se confond avec une isotherme, conformément à la loi des phases de Gibbs. Dans la zone de vapeur, l'isobare retrouve une allure d'exponentielle, d'autant plus qu'on s'éloigne de la courbe de vapeur saturée et qu'on s'approche du domaine du gaz parfait.

Sur la même figure est représenté un exemple d'isochore (courbe  $v$ ), qui présente en tout point une pente supérieure à celle de l'isobare.

Dans la zone saturée la proportion massique de vapeur est appelée le

titre de vapeur. Elle est notée  $x$ .

$$x = \frac{\text{masse de vapeur}}{\text{masse totale (liquide+vapeur)}} \quad (140)$$

Évidemment  $x = 1$  sur la courbe de vapeur saturée, et  $x = 0$  sur la courbe de liquide saturé. Les points de même titre forment un réseau de courbes isotitres (courbes  $x$ ). Ces courbes se rejoignent au point critique. L'entropie étant une variable additive, les isotitres coupent chaque segment isobare en segments proportionnels au titre.

Les courbes isenthalpes sont également représentées dans ce diagramme. Elles tendent vers des droites horizontales régulièrement espacées les unes des autres quand on s'éloigne de la courbe de saturation et que le modèle du gaz parfait devient plus convenable. Elles ne présentent pas de point anguleux au passage de la courbe de vapeur saturée, mais peuvent en montrer un à l'entrée dans le domaine liquide.

## 11.3 Tables

On trouve dans les tables les mêmes renseignements que dans les diagrammes, mais avec une meilleure précision. Les valeurs sont données de façon discrète et on a recours à des interpolations. Les tables se prêtent donc bien à des utilisations informatiques. La présentation de ces tables peut varier selon l'éditeur, mais on distingue toujours la zone saturée (liquide + solide) et la zone surchauffée. Des exemples de tables et d'utilisations se trouvent en 15.4.3 et suivants.

### 11.3.1 Tables de vapeur saturée

On trouve dans ces tables les valeurs des différentes variables massiques sur chacune des deux courbes de saturation, coté liquide et coté vapeur. Ces variables sont données en fonction de la température ou de la pression, ce qui revient au même puisque la règle des phases de Gibbs indique une variance nulle dans cette zone diphasique. L'usage veut que le coté liquide ( $x = 0$ ) soit repéré (') et le coté vapeur ( $x=1$ ) soit repéré ("). Ces données permettent de déterminer toutes les caractéristiques de la zone de mélange, puisque ces grandeurs sont additives.

En raisonnant sur une masse unitaire ( $m=1$  kg) de mélange et sur  $E$  une variable d'état extensive quelconque, la masse de liquide est  $1 - x$ , et on a

$$E' = (1 - x)e'$$

De même la masse de vapeur est  $x$  et on a  $E'' = xe''$

## 11 FLUIDES RÉELS

Au total, puisque  $m=1$ ,  $e = E/m = E' + E''$

On dispose donc de la relation

$$e = (1-x)e' + xe'' \quad (141)$$

où  $e$  est à remplacer par  $v$ ,  $u$ ,  $h$ , ou  $s$ , selon la variable à déterminer.

Par exemple, pour l'enthalpie,  $h = (1-x)h' + xh''$

### 11.3.2 Tables de vapeur surchauffée

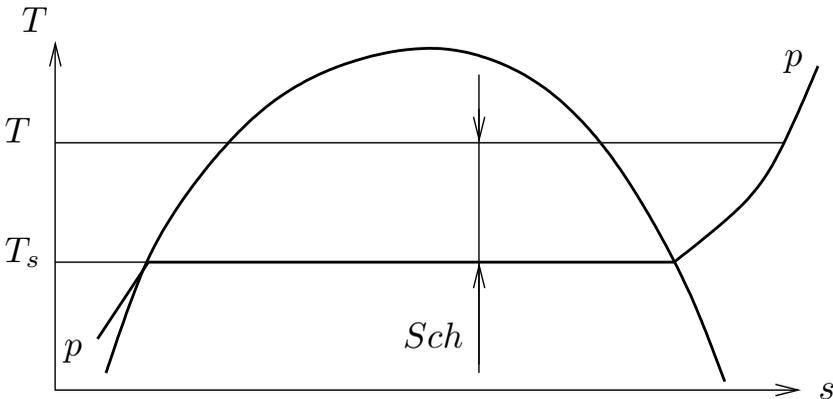


Figure 26 – vapeur surchauffée.

Il y a en général une table par variable massique,  $u$ ,  $v$ ,  $h$  et  $s$ . La valeur est donnée dans un tableau à double entrée, en fonction de la température à saturation  $T_s$  et de la surchauffe  $S_c$  le long d'une isobare. La température à saturation est la température de la vapeur saturée à la pression considérée, et la surchauffe est la différence entre la température de la vapeur sèche et la température à saturation, comme dans la figure 26.

### 11.4 Chaleurs massiques

Les notions de chaleurs massiques définies au chapitre 8 pour les gaz parfaits peuvent être généralisées aux fluides réels. On a toujours

$$c_p = \left( \frac{\partial q}{\partial T} \right)_p \quad \text{et} \quad c_v = \left( \frac{\partial q}{\partial T} \right)_v \quad (142)$$

et leur rapport devient

$$\gamma = \frac{c_p}{c_v} = -\frac{v}{p} \left( \frac{\partial p}{\partial v} \right)_s \quad (143)$$

Bien entendu,  $c_p$ ,  $c_v$  et  $\gamma$  ne sont plus des constantes.



"He was working on a theory of entropy, and developed a severe case of it himself."

## 12 Rendements

*Les flics tutoient. Ça augmente le rendement.*

– Frédérique Audouin-Rouzeau, dite Fred Vargas

De nombreuses définitions de rendements sont utilisées en thermodynamique industrielle. Ce sont *toujours* des nombres sans dimension, rapports de deux *énergies* ou de deux *puissances*<sup>28</sup>. La même machine peut être qualifiée par des rendements différents, avec des valeurs numériques différentes. Une valeur de rendement n'a donc de sens que si elle est accompagnée de sa définition.

Pendant, l'esprit de ces diverses définitions est toujours le même, c'est le rapport d'un « effet obtenu » (puissance sur l'arbre pour un moteur, par exemple) par une « dépense consentie » pour obtenir cet effet.

On étudiera successivement les rendements d'*évolutions simples* -compressions et détente- dans une machine simple ou un élément de machine, et les rendements d'une *machine complexe* -réceptrice ou motrice- dans laquelle le fluide décrit un *cycle*.

L'étude des rendements exergetiques est reportée au chapitre 13.

### 12.1 Compressions

Les rendements sont définis ici comme le rapport du travail minimal qu'un élément de machine idéale dépenserait sur le travail consommé par l'élément réel, les deux évolutions se produisant entre les deux mêmes pressions.

#### 12.1.1 Compressions refroidies

Dans un compresseur volumétrique les vitesses des fluides sont faibles. Cela leur permet de se refroidir par contact avec les parties fixes ou mobiles de la machine, et on a vu que cela permet de diminuer le travail à dépenser. Les irréversibilités sont également faibles et on peut considérer en bonne approximation une compression réversible et refroidie.

À condition que le fluide soit un gaz parfait, cette compression peut être *modélisée* par une loi polytropique de type  $pv^k = cte$ , dans laquelle  $1 < k < \gamma$  et  $ds < 0$ .

---

28. contrairement à l'agriculture ou à la finance...

**Rendement Isotherme** La machine idéale qui permet une comparaison est celle où la compression serait isotherme, c'est à dire une polytropique avec

$$k = 1.$$

On définit donc le rendement isotherme<sup>29</sup> par

$$\eta_\theta = \frac{w_\theta}{w} \quad (144)$$

avec, comme on a vu au chapitre 9,

$$w_\theta = rT \ln \frac{p_2}{p_1} \quad \text{et} \quad w_i = w_t = \int_1^2 v \, dp \quad (145)$$

Le rendement isotherme est défini sur la figure 19 (page 50) comme le rapport de l'aire  $(a,1,2_\theta,b)$  qui représente  $w_\theta$  sur l'aire  $(a,1,2_r,2_\theta,b)$  qui représente  $w$ .

### 12.1.2 Compressions adiabatiques

Dans les machines où les vitesses sont importantes, le refroidissement du fluide au contact de la machine est négligeable devant le travail dégradé par les frottements. C'est le cas général des turbomachines. La compression est donc adiabatique et irréversible.

L'usage a consacré l'utilisation de deux définitions de rendements :

**Rendement isentropique** La machine idéale qui permet une comparaison est celle où la compression serait adiabatique mais aussi réversible, c'est à dire une polytropique avec  $k = \gamma$ .

On définit dans un cas général le rendement isentropique<sup>30</sup> par

$$\eta_s = \frac{w_{i_s}}{w_i} = \frac{h_{2_s} - h_1}{h_2 - h_1} \quad (146)$$

et, seulement si le gaz est parfait, par

$$\eta_s = \frac{T_{2_s} - T_1}{T_2 - T_1} \quad \text{avec} \quad T_{2_s} = T_1 \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \quad (147)$$

Sur la figure 19 le rendement isentropique est défini comme le rapport de l'aire  $(a,2_s,2_\theta,b)$  qui représente  $w_{i_s}$  sur l'aire  $(d,2_{ir},2_\theta,b)$  qui représente  $w_i$ .

29. Les puristes diraient « rendement *par rapport* à l'isotherme ». Le raccourci est passé dans le langage courant.

30. rendement *par rapport* à l'isentropique ...

## 12 RENDEMENTS

**Rendement polytropique** Le rendement polytropique<sup>31</sup> n'a de sens que dans le cas d'un gaz parfait. La compression peut alors être *modélisée* par une loi polytropique de type  $pv^k = cte$ , où  $k > \gamma$  et  $ds > 0$ .

L'échange de travail peut s'écrire

$$w_i = q_f + \underbrace{\int v dp + \Delta \frac{c^2}{2}}_{w_u} \quad (148)$$

avec  $w_i$  le travail fourni,  $w_u$  le travail utile réellement récupéré par le fluide, et  $q_f$  le travail dégradé par les irréversibilités.

On définit le rendement polytropique par

$$\eta_k = \frac{w_u}{w_i} \quad \text{qu'on développe :} \quad \eta_k = \frac{\frac{kr}{k-1}(T_2 - T_1)}{c_p(T_2 - T_1)} \quad (149)$$

et, après simplification, par

$$\eta_k = \frac{k/(k-1)}{\gamma/(\gamma-1)} \quad (150)$$

*remarque :*

Si l'énergie cinétique n'est pas négligeable, et c'est le cas général dans les turbomachines, on en tient compte en considérant les enthalpies totales, les pressions d'arrêt isentropique et les températures d'arrêt<sup>32</sup> dans les équations 146, 147 et 149.

### 12.2 Détentes

Dans la pratique industrielle, les détentes sont toujours quasiment adiabatiques. La comparaison avec une évolution isotherme n'a donc pas lieu.

D'autre part les travaux indiqués réels et idéaux sont négatifs, pour respecter la norme NFX 02-104.

Comme  $|w_i| < |w_{i_s}|$ , le *rendement isentropique* devient

$$\eta_s = \frac{w_i}{w_{i_s}} = \frac{h_2 - h_1}{h_{2_s} - h_1} \quad (151)$$

---

31. rendement *de la* polytropique ...

32. voir 9.7, page 41

et, si le gaz est parfait,

$$\eta_s = \frac{T_2 - T_1}{T_{2s} - T_1} \quad \text{avec} \quad T_{2s} = T_1 \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \quad (152)$$

Comme les quantités de chaleurs produites par les irréversibilités sont toujours positives, le *rendement polytropique* devient

$$\eta_k = \frac{w_i}{w_u} = \frac{\gamma/(\gamma-1)}{k/(k-1)} \quad (153)$$

## 12.3 Cycles de conversion d'énergie

### 12.3.1 Moteur

la fonction d'un moteur thermique est d'assurer la conversion de la chaleur en travail. un schéma de principe est représenté en figure 8 à gauche (page 23).

Le DPT dit que la conversion ne peut être totale, qu'une partie de la chaleur prélevée à la source chaude (SC) doit être rejetée à la source froide (SF)

Le PPT nous dit que la somme algébrique de toutes les énergies - chaleur ou travail- échangées par le système est nulle en fonctionnement stationnaire.

La machine idéale de Carnot dont le cycle est composé de quatre transformations réversibles, deux isothermes et deux adiabatiques, a un *rendement de Carnot* égal à

$$\eta_c = \frac{w}{q_{ch}} = 1 - \frac{q_{fr}}{q_{ch}} \equiv 1 - \frac{T_{fr}}{T_{ch}} \quad (154)$$

Ce rendement est un maximum, fonction seulement des températures des sources. Le signe  $\equiv$  provient de la définition même de l'échelle Kelvin.

D'une manière générale on définit pour une machine réelle *rendement thermique* comme le rapport de ce qui a été obtenu (travail) sur ce qui a été dépensé (chaleur).

$$\eta_{th} = \frac{w}{q_{ch}} \quad (155)$$

bien entendu,  $\eta_c > \eta_{th}$  pour les mêmes températures.

Par exemple un cycle de machine à vapeur destiné à produire de l'électricité,

$$\eta_{th} = \frac{|w_{turbine}| - w_{pompe}}{q_{chaudière}} \quad (156)$$

### 12.3.2 Thermopompe

la fonction d'une thermopompe est de faire remonter des quantités de chaleur de la SF vers la SC. un schéma de principe est représenté en figure 8 à droite.

Si le but est de refroidir la SF, on parle de machine frigorifique. Si le but est de réchauffer la SC, on parle de pompe à chaleur. Le principe de fonctionnement et la technologie des deux types de machines sont les mêmes.

**Machine Frigorifique** On définit un *coefficient d'effet frigorifique*<sup>33, 34</sup> comme le rapport de ce qui a été obtenu (chaleur extraite à la SF) sur ce qui a été dépensé (travail),

$$\varepsilon_f = \frac{q_{SF}}{w} \quad (157)$$

Dans une machine réelle, ce coefficient est plus petit que le coefficient de Carnot de la machine réversible fonctionnant entre les mêmes sources.

$$\varepsilon_{fc} = \frac{T_{SF}}{T_{SC} - T_{SF}} \quad (158)$$

**Pompe à Chaleur** On définit un *coefficient de performance*<sup>35</sup> comme le rapport de ce qui a été obtenu (chaleur apporté à la SC) sur ce qui a été dépensé (travail),

$$\varepsilon_p = \frac{|q_{SC}|}{w} \quad (159)$$

Le coefficient de la machine réelle est plus petit que le coefficient de Carnot de la machine réversible correspondante.

$$\varepsilon_{pc} = \frac{T_{SC}}{T_{SC} - T_{SF}} = \eta_c^{-1} \quad (160)$$

$\eta_c$  étant le rendement de Carnot du moteur qui fonctionnerait entre les mêmes sources.

---

33. en général, ce nombre est plus grand que l'unité. raison pour laquelle on ne l'appelle pas « rendement », mais l'esprit de la définition est bien celui d'un rendement thermique.

34. En bon français, le terme « coefficient » devrait être réservé à des grandeurs ayant une dimension, mais les habitudes du métier de frigoriste sont trop fortes.

35. toujours plus grand que un.

## 13 Exergie et anergie<sup>36</sup>

*Dans une chute d'eau, dit-il, ce qui compte c'est la chute, ce n'est pas l'eau.*  
– Boris Vian, *L'herbe rouge*, 1950

### 13.1 Présentation générale

La thermodynamique classique a pour origine la volonté de transformer au mieux la chaleur en travail. Le premier principe établit l'équivalence entre travail et chaleur, le deuxième établit une hiérarchie entre ces deux formes de l'énergie. Les énergies mécaniques et celles qui peuvent intégralement se convertir en travail, comme l'électricité, sont considérées comme « nobles ». Ces formes sont appelées de *l'exergie*<sup>37</sup>. La chaleur est une forme dégradée d'énergie qui contient une part d'exergie transformable en travail et une part d'anergie non transformable.

Prenons l'exemple d'une centrale thermique où pour fabriquer 1 joule électrique il faut fournir 3 joules sous forme chimique (combustion) ou nucléaire. Dans les deux cas il s'agit de quantités de chaleur. Les deux autres joules sont rejetés dans l'environnement, mer, air ou rivière et le *rendement thermique* de l'installation est 33%. Si on suppose que ce rendement est le maximum possible compte tenu de l'environnement, l'énergie contenue dans le combustible est composée à 66% d'anergie et à 33% d'exergie.

Les notions d'exergie ( $Ex$ ) et d'anergie ( $An$ ) permettent une nouvelle présentation plus concrète des premier et deuxième principes, dans laquelle toutes les grandeurs sont homogènes à des énergies. Elles permettent de préciser plus clairement les sources des irréversibilités.

Dans une installation complexe, le bilan exergetique permet d'attribuer à chaque organe la perte qui lui revient, favorisant ainsi une meilleure discussion des perfectionnements possibles.

L'exergie et l'anergie sont des variables extensives. Leur unité est le joule. L'exergie massique ( $ex$ ) et l'anergie massique ( $an$ ) s'expriment en joule par kilogramme.

---

36. On retrouvera dans ce chapitre des extraits de[11].

37. « Availability » en anglo-américain. Gouy a introduit en 1889 la notion « d'énergie utilisable », mais l'usage du mot « exergie » ne se développe en Europe que vers 1960. Ici encore le concept a largement précédé le terme.

### 13.2 Cycle de Carnot (toujours !)

On a vu précédemment que c'est dans un cycle idéal de Carnot qu'on extrait le maximum possible de travail d'une quantité de chaleur  $q_{ch}$  disponible à la température  $T_{ch}$  d'une source chaude, et qu'on rejette le minimum de chaleur à la source froide.

En termes massiques, ce travail maximal a pour valeur

$$\delta w_{maxi} = \delta q_{ch} \left( 1 - \frac{T_{fr}}{T_{ch}} \right) \quad (161)$$

et le rendement thermique du cycle est égal au rendement de Carnot,

$$\eta_{maxi} = \eta_c = 1 - \frac{T_{fr}}{T_{ch}} \quad (162)$$

On a également vu que dans ces conditions idéales l'entropie prélevée à la SC est égale à l'entropie rejetée à la SF et qu'il n'y a donc pas de génération d'entropie. Tout le travail récupérable étant récupéré, il n'y a pas de génération d'anergie ni de perte d'exergie.

Dans un processus réel de conversion d'énergie il y a des pertes supplémentaires qui s'accompagnent d'une augmentation de l'entropie et de l'anergie, et d'une diminution de l'exergie. Frottement, irréversibilités, travail dégradé, création d'entropie et conversion d'exergie en anergie sont différentes expressions d'un même phénomène.

L'optimum que représente le cycle de Carnot dépend des températures, l'exergie et l'anergie sont donc définies par rapport à une température de référence qui est celle de la Source Froide<sup>38</sup>. Cette température est la température ambiante  $T_a$ . Il n'y a pas de norme et  $T_a$  est fixée en fonction de l'environnement (On prendra celle de la mer ou de l'atmosphère par exemple). On dit que l'exergie et l'anergie sont des variables d'état *extrinsèques*.

### 13.3 Définitions

Dans une transformation réversible avec transvasement le fluide est à la température instantanée  $T$  et reçoit (algébriquement) un travail  $\delta w_i$  et une quantité de chaleur  $\delta q_e$ . Le travail peut être intégralement récupéré sous forme mécanique, il est donc de l'exergie pure. La chaleur se

---

38. sauf dans l'étude des machines frigorifiques.

décompose en deux parts,

$$\delta q_e = \begin{cases} \delta q_e \left(1 - \frac{T_a}{T}\right) = \delta q_e - T_a ds & \text{récupérable en travail} \\ \frac{T_a}{T} \delta q_e = T_a ds & \text{définitivement dégradée} \end{cases} \quad (163)$$

La part de chaleur non convertible est égale à l'anergie, le travail total récupérable est égal à l'exergie,

$$\Delta ex = \int \delta w_i + \int \left(1 - \frac{T_a}{T}\right) \delta q_e = w_i + q_e - T_a(s - s_a) \quad (164)$$

avec  $s_a$  l'entropie massique du fluide dans l'état d'ambiance.

En utilisant le premier principe, et en posant arbitrairement :  $ex_a = an_a = 0$ , on trouve les définitions

$$ex = h - h_a + \frac{c^2 - c_a^2}{2} + g(z - z_a) - T_a(s - s_a) \quad (165)$$

et

$$an = T_a(s - s_a) \quad (166)$$

Les équations de l'énergie vues en 7.2.4 peuvent s'écrire sous forme différentielle,

$$\delta w_i + \delta q_e = \underbrace{\overbrace{pdv}^{dh}}_{Tds} + \underbrace{\delta q_e + \delta q_f + cdc + gdz - T_a ds}_{dex} + \underbrace{T_a ds}_{dan} \quad (167)$$

L'enthalpie et l'entropie ne sont définies qu'à une constante additive près. Les calculs peuvent donc se simplifier en posant arbitrairement  $h_a = 0$ ,  $s_a = 0$ ,  $z_a = 0$  et  $c_a = 0$ .

Pour une évolution finie entre deux états quelconques 1 et 2, on a

$$w_i + q_e = \underbrace{h_2 - h_1 + \frac{c_2^2 - c_1^2}{2} + g(z_2 - z_1) - T_a(s_2 - s_1)}_{ex_2 - ex_1} + \underbrace{T_a(s_2 - s_1)}_{an_2 - an_1} \quad (168)$$

*remarque :*

Dans le cas d'une évolution en vase clos où les énergies cinétiques et



Pour un fluide réel condensable (figure 27 à droite), le point ambiant est placé à température ambiante bien sûr, et en phase liquide<sup>39</sup>. L'enthalpie du point 1 est représentée par l'aire (c,1,e,f,a,b). L'énergie est représentée par l'aire (a,b,c,d). Par différence, l'aire (d,1,e,f,a) représente l'exergie.

## 13.5 Rendements exergetiques

Un des grands avantages du concept d'exergie est qu'il amène des définitions de rendements sans ambiguïté. Cela permet de détailler au mieux les sources des irréversibilités.

### 13.5.1 Compressions et détente

Le rendement exergetique se définit, pour une compression avec transvasement, par

$$\eta_{ex} = \frac{\Delta ex}{w_i} \quad (173)$$

ou, plus pratiquement, par

$$\eta_{ex} = \frac{w_i - \Delta an}{w_i}$$

et, pour une détente avec transvasement, par

$$\eta_{ex} = \frac{w_i}{\Delta ex} = \frac{w_i}{w_i - \Delta an} \quad (174)$$

### 13.5.2 Échanges de chaleur

Un échangeur à contre courant<sup>40</sup> peut être schématisé par deux conduites co-axiales où un fluide se réchauffe et un autre se refroidit (figure 28).

Si on suppose que l'échangeur est parfaitement calorifugé, il n'y a pas d'échanges avec l'extérieur et la puissance thermique perdue par le fluide refroidi est égale à la puissance gagnée par celui qui se réchauffe,

$$q_{t1-2}(T_2 - T_1) + q_{t3-4}(T_4 - T_3) = 0 \quad (175)$$

avec pour chacun des fluides le débit thermique  $q_t = q_m \times c$  et  $c$  la chaleur massique du fluide.

39. Le choix de la phase liquide est arbitraire mais général dans la littérature.

40. Un modèle très répandu. On montre que l'échangeur à contre courant a l'efficacité maximale.

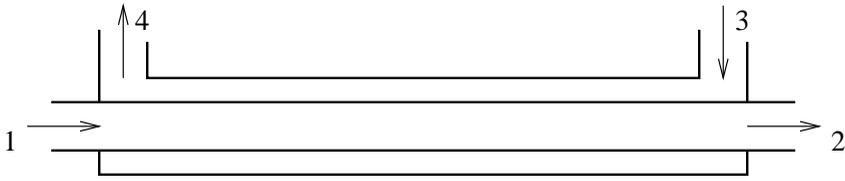


Figure 28 – échangeur minimal

En toute section de l'échangeur il existe entre les deux fluides une différence non nulle de température<sup>41</sup>, comme illustré en figure 29. Cette

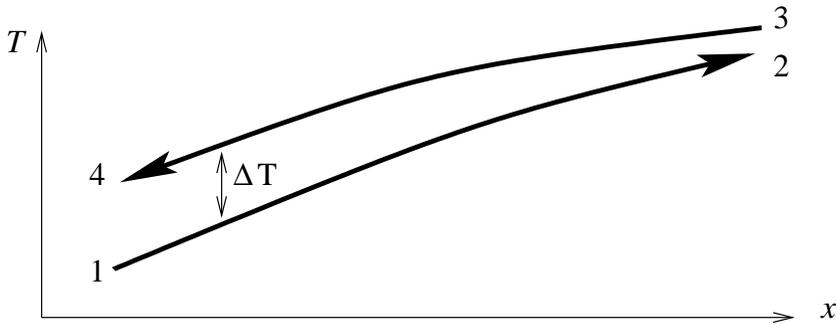


Figure 29 – évolution des températures dans un échangeur à contre courant.

différence est nécessaire à l'échange, mais rend évidemment cet échange irréversible. Il y a donc une génération d'entropie et une dégradation d'exergie en anergie. Le fluide chauffé (1-2 sur la figure 29) voit son exergie augmenter, mais celle du fluide qui se refroidit (3-4) voit sa sienne diminuer davantage.

Puisque les débits thermiques de chacun des fluides sont en général différents, le rendement exergetique est défini comme le rapport des puissances exergetiques de chaque fluide, et

$$\eta_{ex} = \frac{P_{ex} \text{ fluide chauffé}}{-P_{ex} \text{ fluide refroidi}} \quad (176)$$

avec  $P_{ex} = q_m \cdot \Delta ex = q_m(q_e - T_a \Delta s)$

41. cette différence n'est pas nécessairement constante, cela dépend du type d'échangeur et du rapport des débits thermiques.

### 13.5.3 Cycles de conversion d'énergie

**Moteurs** Il s'agit ici d'évaluer quelle est la part de la puissance exergetique apportée par la SC qui est réellement utilisable en sortie de machine (puissance sur l'arbre). Le calcul de l'exergie entrante se fait à la température maximale du cycle.

$$\eta_{ex} = \frac{w_a}{\Delta ex} \quad (177)$$

Dans la machine idéale, le rendement thermique est égal à celui de Carnot (calculé aux températures maximale et minimale), et le rendement exergetique est égal à un. On montre facilement que

$$\eta_{ex} = \frac{\eta_{th}}{\eta_C} \quad (178)$$

**Thermopompes** Il s'agit de même de comparer la machine idéale avec la machine réelle. on a donc simplement

$$\eta_{ex} = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_C} \quad (179)$$

Bien entendu,  $\eta_{ex}$  est toujours plus petit que un.

Le lecteur se fera une meilleure idée de ces notions d'exergie et d'energie en étudiant les quelques exemples présentés plus loin (page 91 et suivantes).

## 14 Mélanges de fluides

« Pour apprendre quelque chose aux gens, il faut mélanger ce qu'ils connaissent avec ce qu'ils ignorent. »  
– Pablo Picasso

Beaucoup de gaz ne sont pas des gaz purs mais le mélange d'autres gaz. L'air atmosphérique est un exemple d'un tel mélange : il est composé approximativement de 78% d'azote  $N_2$ , de 21% d'oxygène  $O_2$ , et de traces d'autres gaz. Tous ces composants étant des gaz parfaits, cette composition en volume est aussi la composition molaire.

### 14.1 Mélanges de gaz parfaits

Un mélange de gaz parfaits est un gaz parfait dont on peut déterminer les caractéristiques.

Commençons par poser quelques hypothèses :

- Le volume  $V$  est commun à toutes les espèces.
- Le mélange est en équilibre thermique, c'est à dire que chaque constituant est à la même température qui est aussi la température supposée uniforme du mélange.
- Le mélange est homogène, c'est à dire que toutes les molécules de chaque espèce se rencontrent avec la même probabilité en tout point du volume occupé (mais la probabilité peut être différente d'une espèce à l'autre).
- Les espèces en présence ne sont pas susceptibles d'interaction chimique (combustion, par exemple).

On peut calculer les chaleurs massiques du mélange : au sein d'une masse  $m$  de ce mélange un apport de chaleur  $dq_e$  provoque un accroissement de température  $dT$ . Avec  $m_i$  la masse de l'espèce  $i$ , et  $c_{p_i}$  et  $c_{v_i}$  les chaleurs massiques correspondantes, il est évident que, selon l'évolution envisagée, on aura

$$dQ_e = m c_v dT = \sum_i (m_i c_{v_i}) dT \quad (180)$$

ou bien

$$dQ_e = m c_p dT = \sum_i (m_i c_{p_i}) dT \quad (181)$$

On en déduit, avec  $m = \sum m_i$  que

$$c_v = \frac{\sum m_i c_{v_i}}{\sum m_i} \quad \text{et} \quad c_p = \frac{\sum m_i c_{p_i}}{\sum m_i} \quad (182)$$

d'où l'énergie interne et l'enthalpie (non massiques) du mélange

$$U = \sum U_i \quad \text{et} \quad H = \sum H_i \quad (183)$$

On pose par définition la pression partielle  $p_i$  comme étant la pression qui règnerait dans l'espèce  $i$  si elle occupait seule le volume  $V$  à la même température,

$$H_i = U_i + p_i V_i \quad \Rightarrow \quad H = \sum H_i = \sum U_i + V \sum p_i = U + pV \quad (184)$$

et donc

$$p = \sum_i p_i \quad (185)$$

Cette propriété constitue la *loi de Dalton* : la pression d'un mélange de gaz parfaits est la somme des pressions partielles de ses différents constituants.

En posant  $n_i$  le nombre de moles de l'espèce et  $r_i = c_{p_i} - c_{v_i}$ , il vient

$$p_i V = m_i r_i T = n_i R T \quad \Rightarrow \quad r = \frac{\sum m_i r_i}{\sum m_i} = R \frac{\sum n_i}{\sum m_i} \quad (186)$$

On peut également déterminer la masse volumique

$$m = \sum m_i \quad \text{et} \quad m_i = \rho_i V \quad \text{et donc} \quad \rho = \sum \rho_i \quad (187)$$

Un exemple est celui du calcul des constantes thermodynamiques de l'air atmosphérique (page 83).

## 14.2 Air humide

### 14.2.1 Généralités

L'air atmosphérique contient des quantités variables d'eau et peut être vu comme un mélange d'air sec et de vapeur d'eau. Si sa pression partielle  $p_v$  est inférieure à sa pression de vapeur saturante  $p_s$ , l'eau est complètement sous forme de vapeur et l'eau liquide supplémentaire qu'on peut introduire dans le mélange se vaporise. L'air n'est pas saturé.

La pression de vapeur saturante ne dépend que de la température, conformément à la règle de Gibbs. On la détermine grâce aux tables de vapeur ou diverses relations empiriques comme la formule de Duperray,  $p_s = (t/100)^4$ , ou la relation

$$p_s = \exp\left(\frac{17,438t}{239,78 + t} + 6,4147\right) \quad (188)$$

Dans ces formules  $t$  est la température en °C, avec  $0 < t < 50^\circ\text{C}$ . Le lecteur s'amusera (!) à vérifier le bon accord entre ces différentes informations ...

Aux températures ordinaires, la vapeur est à faible pression partielle et le modèle du GP convient en bonne approximation.

Si  $p_s$  diminue avec la température et atteint la valeur de  $p_v$ , l'eau en surplus se condense, par exemple sur la surface froide d'une vitre ou comme un brouillard de gouttelettes en suspension. L'air est saturé.

La masse molaire  $M_v$  de l'eau est égale à  $18.10^{-3}$  kg/Mol, on en déduit ses caractéristiques thermodynamiques,

$$r_v = 462 \text{ J/(kg.K)}, \quad c_{p_v} = 1868 \text{ J/kg}, \quad \gamma_v = 1,33$$

On définit l'humidité absolue  $w$  et l'humidité absolue saturante  $w_s$  comme

$$w = \frac{\text{masse de vapeur}}{\text{masse d'air sec}} \quad w_s = \frac{\text{masse maximale de vapeur}}{\text{masse d'air sec}} \quad (189)$$

ainsi que l'humidité relative  $e = w/w_s$ , comprise entre 0 (air parfaitement sec) et 1 (saturé).

On montre facilement que

$$e = \frac{p_v}{p_s} = \frac{\rho_s}{\rho_v} = \frac{w}{w_s} \quad (190)$$

On définit la température de rosée  $T_r$  comme étant la température à laquelle apparaît la condensation si on refroidit de l'air humide à pression constante. C'est aussi la température de saturation de l'eau à sa pression partielle.

### 14.2.2 Compressions et détente de l'air humide

La présence de condensats dans les organes de machines peut avoir des conséquences gênantes comme la corrosion ou l'obstruction par formation de glace dans les organes de détente. Elle peut aussi avoir des conséquences plus graves. Par exemple, l'eau accumulée dans les points bas peut être entraînée par paquets dans un étage de compresseur alternatif. L'eau liquide étant quasi incompressible, on imagine bien les conséquences si le volume du paquet tend à devenir plus grand que l'espace mort du cylindre. Ce « coup d'eau » peut conduire à la destruction de la machine.

Il faut donc prévoir des dispositifs de purge ou de séchage (et s'en servir !), mais il faut aussi pouvoir prédire l'apparition de la condensation.

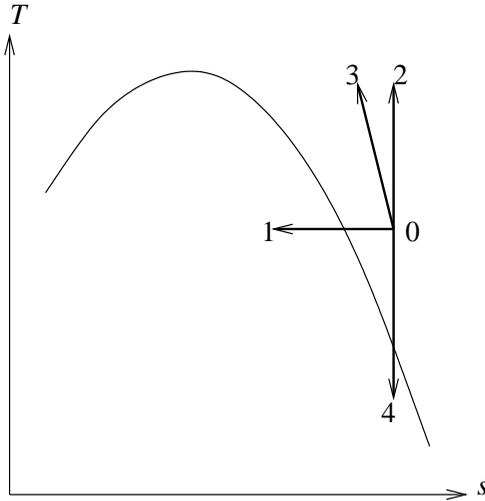


Figure 30 – évolutions de la vapeur contenue dans l'air

Quelle que soit l'évolution envisagée, tant qu'il n'y a pas de condensation on a

$$\left. \begin{array}{l} p_v V = m_v r_v T \\ p_a V = m_a r_a T \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{p_v}{p_a} = cte \quad \text{donc} \quad \frac{p_v}{p} = cte \quad \text{et} \quad \frac{p_v}{p_a} = cte \quad (191)$$

avec l'indice  $a$  relatif à l'air sec.

**Compression isotherme** Dans le cas d'une compression isotherme depuis un état 0 non saturé la pression de vapeur saturante est constante. Comme la pression totale  $p = p_a + p_v$  augmente,  $p_v$  augmente dans la même proportion et peut atteindre la valeur de  $p_s$ . Dans ce cas la condensation commence et on a

$$p_v = p_s = p_a \frac{p_{v0}}{p_{a0}} \quad \text{avec} \quad p = p_a + p_s \quad \text{et} \quad p_a = \frac{p_{a0}}{e_0} \quad (192)$$

d'où la pression d'apparition de la condensation,

$$p = \frac{p_{a0} + p_{v0}}{e_0} = \frac{p_0}{e_0} \quad (193)$$

Cette évolution est représentée par le trajet 0–1 de la figure 30.

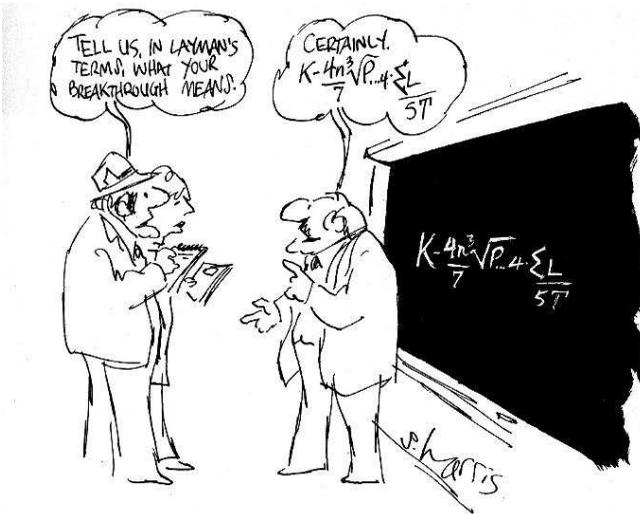
**Compression isentropique, compression polytropique** Dans une compression adiabatique réversible, la température augmente avec la pression selon la relation

$$T = T_1 \left( \frac{p}{p_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \quad (194)$$

On observe que  $p_s$  augmente plus vite que  $p_v$  (qui évolue proportionnellement à  $p$ ), et qu'aucune condensation n'est à craindre. Cette évolution est représentée par le trajet 0-2 de la figure 30.

À l'inverse une détente isentropique peut provoquer la condensation ou le givrage. C'est d'ailleurs le mode normal de formation des nuages atmosphériques d'altitude<sup>42</sup>. Cette évolution est représentée par le trajet 0-4.

Dans le cas d'une compression polytropique refroidie (cas général des compresseurs alternatifs) l'augmentation de température est suffisante pour garantir l'absence de condensation dans les cylindres (si  $k$  est assez proche de  $\gamma$ ). Cette évolution est représentée par le trajet 0-3. Par contre l'air comprimé et stocké retourne à la température d'aspiration et son évolution est globalement isotherme. La condensation dans les réservoirs de stockage est donc très probable (trajet 0-3-1 sur la même figure).



42. On trouve dans le "cours de navigation des Glénans" une excellente introduction à la météorologie qui illustre ces notions de thermodynamique. On y trouve aussi une introduction élémentaire, appliquée et ludique à la mécanique des fluides, et on a même l'impression d'être en vacances ! J'ai une préférence pour l'édition de 1972.

## 15 Exemples et exercices

*Deux choses sont infinies : l'univers et la bêtise humaine; en ce qui concerne l'univers, je n'ai pas acquis la certitude absolue.*

– attribué à Albert Einstein

On trouvera joints à ce document des exemples de diagrammes et de tables, ces documents sont nécessaires pour résoudre certains des exercices.

- diagramme entropique de la vapeur d'eau,
- diagramme  $(\log(p), h)$  de l'ammoniac,
- tables de vapeur saturée et surchauffée d'un fluide frigorigène, le monochlorodifluorométhane  $\text{CHClF}_2$  (R22 pour les intimes.)
- diagramme  $(\log(p), h)$  du  $\text{CHClF}_2$

### 15.1 Thermométrie & calorimétrie

#### 15.1.1 Chaleur massique d'un métal

Un calorimètre est composé :

- d'une masse d'eau :  $m_e = 350\text{g}$
- d'une enveloppe en laiton :  $m_l = 145\text{g}$ ,  $c_l = 88\text{ cal/kg}\cdot^\circ\text{C}$ .
- d'un thermomètre de capacité calorifique équivalente à 3 g d'eau ( $m_{eq} = 3\text{g}$ )

La température initiale du calorimètre est  $t_1 = 16,4^\circ\text{C}$ .

On plonge dans le calorimètre une masse ( $m = 80\text{ g}$ ) de métal à la température initiale  $t_3 = 100^\circ\text{C}$ . La température finale après équilibre est  $t_2 = 18,1^\circ\text{C}$ . Déterminer la chaleur massique  $c$  du métal.

L'équation de bilan thermique s'écrit

$$mc(t_3 - t_2) = ((m_e + m_{eq})c_e + m_l c_l)(t_2 - t_1)$$

avec  $c_e = 4185\text{ J}\cdot\text{kg}^{-1}\text{K}^{-1}$  (une calorie est la quantité de chaleur qui élève 1 g d'eau de  $1^\circ\text{C}$ , et  $1\text{ cal} = 4,185\text{ J}$ ) et  $c_l = 88 \times 4,185 = 368,3\text{ J}\cdot\text{kg}^{-1}\text{K}^{-1}$  on trouve  $c = 397,2\text{ J}\cdot\text{kg}^{-1}\text{K}^{-1}$

#### 15.1.2 Frein hydraulique

Un frein hydraulique absorbe une puissance  $P = 2500\text{ kW}$ . L'eau de refroidissement peut subir un échauffement maximal de  $40^\circ\text{C}$ . Quel est le

## 15 EXEMPLES ET EXERCICES

débit d'eau minimal permettant d'assurer un fonctionnement correct ?

$$[q_m] = \text{kg} \cdot \text{s}^{-1} \text{ et } [c\Delta t] = \text{J} \cdot \text{kg}^{-1} \text{ donc } [q_m c\Delta t] = \text{J} \cdot \text{s}^{-1} = \text{W}$$

$$q_m = \frac{P}{c\Delta t} = \frac{2500 \cdot 10^3}{4185 \times 40} = 14,92 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}$$

comme  $\rho = \frac{1}{v} = 1000 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ , on trouve  $q_v = 14,92 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$  soit 15 l/s.

## 15.2 Premier et deuxième principes

### 15.2.1 Échanges de chaleur et entropie

On rejette dix litres d'eau à 100 °C dans un lac à 10°C. Quelles sont les variations de l'entropie de l'eau rejetée, du lac, de l'ensemble? Quelle est la quantité d'énergie mécanique gaspillée?

La quantité de chaleur échangée est

$$Q_e = m \cdot c \cdot \Delta t = 10 \times 4185 \times 90 = 3,78 \text{ MJ}$$

Pour l'eau du lac cet apport se fait à température constante (10°C) puisque l'augmentation de température qui en résulte est négligeable. La variation d'entropie correspondante est

$$\Delta S_1 = \frac{Q_e}{T} = \frac{3,78 \cdot 10^6}{283} = +13,31 \text{ kJ} \cdot \text{K}^{-1}$$

Pour les dix litres la variation d'entropie est

$$\Delta S_2 = \int_1^2 \frac{dQ_e}{T} = \int_1^2 m \cdot c \frac{dT}{T} = m \cdot c \ln \frac{T_2}{T_1} = -11,56 \text{ kJ} \cdot \text{K}^{-1}$$

La variation totale de l'entropie est

$$\Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2 = +1,75 \text{ kJ} \cdot \text{K}^{-1}$$

Cette variation est bien entendu positive puisque l'échange de chaleur est irréversible. Si cette quantité de chaleur avait été utilisée dans une machine parfaite, elle aurait généré un travail mécanique maximal égal à

$$3,780 \cdot 10^6 \left( 1 - \frac{283}{373} \right) = 912 \text{ kJ}$$

## 15.3 Gaz parfaits

### 15.3.1 Détermination des constantes thermodynamiques de l'air

En première approximation l'air atmosphérique n'est composé que d'oxygène et d'azote, dans les proportions en volume suivantes :

- O<sub>2</sub> 21% avec  $M_{O_2} = 32.10^{-3} \text{ kg.mol}^{-1}$ .
- N<sub>2</sub> 79% avec  $M_{N_2} = 28.10^{-3} \text{ kg.mol}^{-1}$ .

Dans des conditions normales de pression et de température ces composants sont des gaz parfaits. Les proportions volumiques sont également des proportions en mole puisque  $p.V_m = RT$  avec  $V_m$  le volume molaire et  $R$  la constante des gaz parfaits ( $R = 8,315 \text{ J.mol}^{-1}.\text{K}^{-1}$ ).

La masse d'une mole de mélange est

$$M_{air} = 32.10^{-3} \times 0,21 + 28.10^{-3} \times 0,79 = 28,84.10^{-3} \text{ kg}$$

d'où la première constante,

$$r = \frac{R}{M} = 288,3 \text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$$

En réalité, la présence dans l'air d'autres gaz de masses molaires diverses conduit à une valeur expérimentale un peu différente,

$$r = 287 \text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}.$$

L'azote comme l'oxygène sont des gaz diatomiques : pour chacun le rapport des chaleurs massiques est  $\gamma = 1,4$ . C'est aussi le rapport des chaleurs massiques de leur mélange.

des valeurs de  $r$  et de  $\gamma$  on déduit celles des chaleurs massiques,

$$c_p = \frac{\gamma r}{\gamma - 1} = 1004,5 \text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1} \quad \text{et} \quad c_v = \frac{r}{\gamma - 1} = 717,5 \text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$$

### 15.3.2 Évolution en vase clos

Un ensemble cylindre-piston contient 5 grammes d'hydrogène sous 1 bar. On chauffe pour faire passer cette masse de gaz de 15°C à 30°C. calculer :

- le volume initial,
- la variation d'énergie interne,
- la quantité de chaleur fournie dans le cas où il n'y a pas de travail échangé,
- la quantité de chaleur dans le cas où le gaz fournit un travail de 200 joules,
- la pression et le volume à la fin de cette deuxième évolution.

## 15 EXEMPLES ET EXERCICES

L'hydrogène est un gaz diatomique,  $\gamma = 1,4$

$$r = \frac{R}{M} = \frac{8,315}{2 \cdot 10^{-3}} = 4157,5 \text{ J.kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1} \quad c_v = \frac{r}{\gamma - 1} = 10394 \text{ J.kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$$

L'énergie interne ne dépend que de la température,

$$u_2 - u_1 = c_v(T_2 - T_1) = 155,9 \text{ J.kg}^{-1}$$

$$U_2 - U_1 = m(u_2 - u_1) = 779,5 \text{ J}$$

L'équation générale de l'énergie est

$$\delta w_e + \delta q_e = du + cdc + gdz \quad \text{avec ici} \quad cdc = gdz = 0$$

S'il n'y a pas de travail échangé (évolution isochore,  $\delta w_e = 0$ ), alors

$$Q_e = U_2 - U_1 = 779,5 \text{ J}$$

S'il y a un travail fourni par le gaz, alors

$$Q_e = U_2 - U_1 - W_e = 779,5 + 200 = 979,5 \text{ J}$$

Par contre il est impossible de déterminer les caractéristiques du gaz à la fin de cette évolution, car il y a une infinité de transformations possibles susceptibles de fournir un même travail et qu'il faut préciser au préalable de laquelle il s'agit (polytropique, isochore suivie d'une adiabatique réversible ou d'une isotherme, ...).

### 15.3.3 Compression adiabatique réversible

On comprime deux grammes d'hélium de 1 bar et 15°C à 3 bar. Déterminer les caractéristiques initiales et finales, les quantités de chaleur et les travaux échangés dans cette évolution adiabatique et réversible.

L'hélium est un gaz parfait monoatomique :  $\gamma = 5/3$   
sa masse molaire est  $M = 4 \cdot 10^{-3} \text{ kg/mol}$ , donc  $r = 2078,75 \text{ J/kg.K}$

$$v_1 = \frac{rT_1}{p_1} = 5,987 \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \quad \text{et} \quad \boxed{V_1 = m \cdot v_1 = 0,0120 \text{ m}^3}$$

L'évolution est isentropique, donc

$$v_2 = v_1 \left( \frac{p_1}{p_2} \right)^{1/\gamma} = 3,097 \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \quad \text{et} \quad \boxed{V_2 = m \cdot v_2 = 6,20 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3}$$

Deux possibilités équivalentes pour calculer la température finale,

$$T_2 = \frac{p_2 v_2}{r} = T_1 \left( \frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = 446,93 \text{ K}$$

Par définition de la transformation adiabatique,  $Q_e = 0$ .

Si la transformation se fait en vase clos, il faut calculer la chaleur massique à volume constant

$$c_v = \frac{r}{\gamma - 1} = 3118 \text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$$

et donc

$$w_e = c_v(T_2 - T_1) = 495,56 \text{ kJ.kg}^{-1} \quad ; \quad W_e = 991 \text{ J}$$

Si la transformation se fait avec transvasement, il faut calculer la chaleur massique à pression constante

$$c_p = \frac{\gamma r}{\gamma - 1} = 5197 \text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$$

et donc

$$w_t = c_p(T_2 - T_1) = 825,93 \text{ kJ.kg}^{-1}$$

### 15.3.4 Écoulements à grande vitesse.

Un avion vole à 10 km d'altitude, où la pression est de 0,28 bar et la température est  $-50^\circ\text{C}$ . Une mesure sur le nez de l'appareil indique  $-10^\circ\text{C}$ . calculer la vitesse de l'avion et la pression sur le nez.

La vitesse se calcule comme

$$c = \sqrt{2c_p(T_t - T)} = 283,4\text{m/s}$$

et se compare à la célérité des ondes, qui est

$$c_o = \sqrt{\gamma r T} = 299,3\text{m/s}$$

L'écoulement est bien subsonique ( $\mathcal{M} = c/c_o = 0,95$ ) et on peut calculer la pression totale grâce à l'équation (112),  $p_t = 0,5$  bar.

## 15 EXEMPLES ET EXERCICES

l'avion vole à 10 km d'altitude, à  $\mathcal{M} = 2$ . calculer la température au nez.

$$c = \mathcal{M}c_o = 599\text{m/s.}$$

L'équation (111) donne  $T_t=401\text{ K}= 128\text{ }^\circ\text{C}$ . L'écoulement étant supersonique, une onde de choc devant le nez interdit un calcul simple de la pression totale.

Un turbo-compresseur aspire de l'air dans les conditions génératrices (0) 1 bar et  $20\text{ }^\circ\text{C}$ . En entrée de roue (1) on a une pression statique de 0,9 bar et une pression totale de 1 bar. En sortie de roue (2) on a une pression statique de 2,2 bar, une pression totale de 3,6 bar et une température totale de  $164\text{ }^\circ\text{C}$ . Calculer les vitesses aux différents points et le travail indiqué massique de la machine.

$p_{t1} = p_o$  : les pertes sont nulles où négligeables entre (0) et (1).

$$T_1 = T_{t1} \left( \frac{p_{t1}}{p_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = 284,3\text{K}$$

$$c_1 = \sqrt{2c_p(T_{t1} - T_1)} = 132\text{m/s}$$

Entre (1) et (2) la roue apporte du travail et la température totale augmente. les mêmes relations donnent  $T_2=379,6\text{ K}$ ;  $c_2=339\text{ m/s}$  et  $\mathcal{M}=0,87$ .

$$w_i = h_{t2} - h_{t1} = c_p(T_{t2} - T_{t1}) = 144\text{kJ/kg}$$

## 15.4 Fluides réels

### 15.4.1 Étude d'une chaudière

On chauffe de l'eau, initialement à  $20\text{ }^\circ\text{C}$  et 1bar, jusqu'à  $160\text{ }^\circ\text{C}$  dans une chaudière où les pertes de charge et l'énergie cinétique sont négligeables. Quelle est la quantité de chaleur à fournir ?

Les pertes de charge et l'énergie cinétique sont négligeables. L'évolution se fait donc à pression constante. Entre  $20$  et  $100\text{ }^\circ\text{C}$  l'eau est liquide. La chaleur massique est en bonne approximation constante. L'évolution est représentée par la courbe AB du diagramme entropique de la figure 31.

$$q_{e_{20-100}} = \Delta h = c\Delta T = 4180 \times 80 = 334,4\text{ kJ.kg}^{-1}$$

Le changement de phase s'effectue à  $100\text{ }^\circ\text{C}$ , jusqu'à vaporisation complète. L'évolution est représentée par la droite BC. La quantité de chaleur

nécessaire à cette transformation est égale à la chaleur latente de vaporisation, c'est à dire à la variation d'enthalpie,

$$q_{e_{\text{vaporisation}}} = h'' - h' = 2650 - 425 = 2225 \text{ kJ.kg}^{-1}$$

avec  $h'$  et  $h''$  lus sur un diagramme ou dans une table de vapeur.

De 100 à 160°C l'eau est à l'état de vapeur surchauffée. L'évolution est représentée par la courbe CD. La quantité de chaleur nécessaire à cette augmentation de température est égale à

$$q_{e_{100-160}} = h_{160} - h'' = 2795 - 2650 = 145 \text{ kJ.kg}^{-1}$$

Au total il faut donc apporter 2704 kJ.kg<sup>-1</sup>

Remarquez les ordres de grandeur : la chaleur latente (B-C) est beaucoup plus importante que les chaleurs sensibles (A-B et C-D).

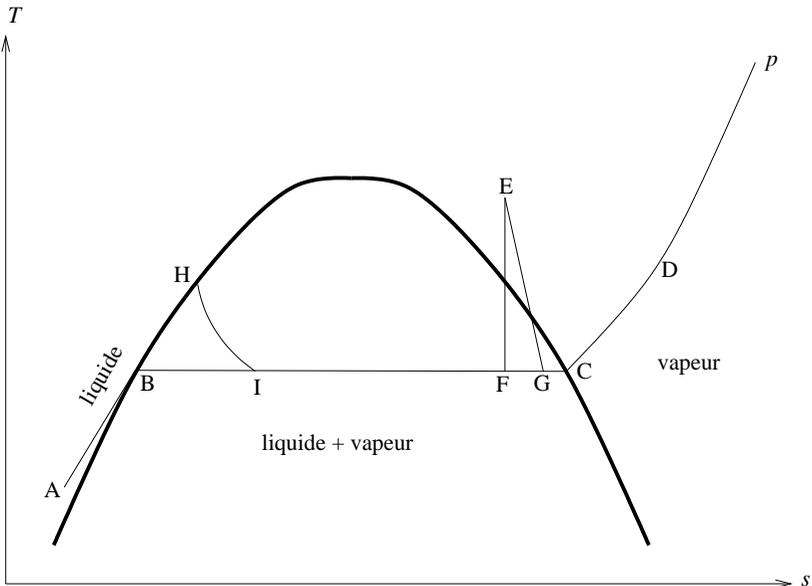


Figure 31 – évolutions de l'eau dans  $(T,s)$

### 15.4.2 Détente de vapeur d'eau

De la vapeur d'eau entre dans une turbine à 340°C et 100 bars. Elle est détendue jusqu'à 1 bar. Déterminer les caractéristiques de la détente si :

## 15 EXEMPLES ET EXERCICES

1. la turbine est supposée parfaite,
2. la détente est irréversible et le titre en fin de détente est égal à 0,9.

1. La détente de vapeur dans une turbine est toujours adiabatique en pratique. Elle est en outre réversible puisque la turbine est supposée parfaite. L'évolution est donc isentropique et représentée par la droite verticale EF de la figure 31. On lit sur le diagramme que

$$\begin{aligned} h_E &= 2875 \text{ kJ.kg}^{-1} & h_F &= 2115 \text{ kJ.kg}^{-1} \\ x_F &= 0,75 & v_F &= 1,7 \text{ m}^3.\text{kg}^{-1} \end{aligned}$$

Le travail cédé par la vapeur à la machine est égal à la variation d'enthalpie,

$$w_i = \Delta h = -760 \text{ kJ.kg}^{-1}$$

2. La détente est encore adiabatique mais n'est plus réversible. Elle est représentée par le trajet EG de la même figure. On vérifie bien que l'entropie est croissante,

$$h_G = 2455 \text{ kJ.kg}^{-1} \quad w_i = \Delta h = -420 \text{ kJ.kg}^{-1}$$

Le travail récupérable dans cette détente réelle est effectivement plus petit (en valeur absolue) que dans la détente réversible précédente.

### 15.4.3 Compressions d'un fluide frigorigène

Le R22 (CH Cl F<sub>2</sub>) est un fluide frigorigène courant, qui remplace certains des CFC maintenant interdits.

1. Du R22 est dans l'état initial  $T_0 = -20^\circ\text{C}$ ,  $x_0 = 0,9$ . Calculer les autres caractéristiques  $p_0, v_0, h_0, s_0$
2. On le comprime dans un compresseur idéal (sans pertes) depuis l'état initial jusqu'à l'état 1 de vapeur saturée. Calculer le travail à fournir et les caractéristiques de l'état 1.
3. On le comprime dans un compresseur réel depuis l'état initial jusqu'à l'état 2 tel que :  $T_2 = 55^\circ\text{C}$ ,  $p_2 = 15 \text{ bar}$ . Calculer le travail à fournir.

1) Puisqu'il y a deux phases en présence, la variance est égale à 1, pressions et températures sont liés par une relation biunivoque. On lit directement dans la table de vapeur saturée  $p_0 = 2,448 \text{ bar}$ . Pour calculer  $h$  on lit à la même température les valeurs de  $h'$  et de  $h''$ .

$$h_0 = (1-x)h' + xh'' = 375,39 \text{ kJ.kg}^{-1}$$

les autres valeurs se déterminent de la même manière et on trouve que

$$v_0 = 0,0836 \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \quad \text{et} \quad s_0 = 1,6970 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$$

2) L'évolution est adiabatique et réversible.  $s_1 = s_0 = 1,6970 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$   
 pour  $T = 40^\circ\text{C}$ ,  $s'' = 1,6999 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$   
 pour  $T = 45^\circ\text{C}$ ,  $s'' = 1,6935 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$

Par interpolation linéaire on trouve  $T_1 = 42,27^\circ\text{C}$

À nouveau, par interpolation linéaire, on trouve

$$p_1 = 16,23 \text{ bar}, v_1 = 0,01430 \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}, h_1 = 417,03 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$$

Le travail apporté par la machine est égal à la variation d'enthalpie

$$w_i = h_1 - h_0 = 41,64 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$$

3) À la pression de 15 bar correspond sur la courbe de vapeur saturée la température  $T_s = 39^\circ\text{C}$ . Dans l'état 2 la vapeur est donc surchauffée de  $16^\circ\text{C}$ . On calcule par une double interpolation dans la table de vapeur surchauffée la valeur de l'enthalpie pour 15 bar et  $16^\circ\text{C}$  de surchauffe,

$$h_2 = 431,3 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$$

le travail absorbé par le compresseur est donc

$$w_i = h_2 - h_1 = 55,94 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$$

On lit de même la valeur de l'entropie  $s_2 = 1,7480 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$  soit une augmentation de l'entropie qui illustre l'irréversibilité de la compression réelle.

#### 15.4.4 Détente par laminage

Un fluide s'écoule dans une conduite où une vanne de réglage presque fermée provoque une chute de pression importante. Étudier l'évolution du fluide dans la vanne pour les cas suivants :

1. Le fluide est un gaz parfait.
2. Le fluide est de l'eau et passe de  $212^\circ\text{C}$  et 20 bars à la pression atmosphérique (utiliser le diagramme entropique).
3. Le fluide est du R22 et passe de 9,10 bars,  $20^\circ\text{C}$  à 1 bar (utiliser les tables).

## 15 EXEMPLES ET EXERCICES

Dans les trois cas l'évolution est adiabatique, les échanges de chaleur avec l'extérieur étant négligeables. L'évolution se fait également sans échange de travail puisqu'il n'y a pas de parties mobiles. L'écoulement est donc isenthalpe, et

$$\delta w_i + \delta q_e = dh = 0$$

1) Si le fluide est un gaz parfait ou semi-parfait, l'écoulement est également isotherme puisque l'enthalpie ne dépend que de la température, et

$$dh = c_p dT$$

Ce type d'écoulement est appelé « détente de Joule - Thompson ».

2) Le fluide est de l'eau à 212°C et 20 bars. On voit sur le diagramme que l'eau est initialement à l'état de liquide saturé ( $x_1=0$ ). Lors de la détente une partie de l'eau liquide se vaporise. Ce cas de figure peut correspondre à la rupture accidentelle d'une canalisation. L'évolution est représentée par la courbe HI de la figure 31.

On lit par interpolation dans le diagramme :

$$h_1=908 \text{ kJ/kg} \quad s_1=2,44 \text{ kJ/kg.K.}$$

Après la détente, l'eau est à la pression de 1 bar, donc à 100°C et à la même enthalpie. A l'intersection entre l'isenthalpe 908 et l'isobare 1 bar on lit le titre du mélange liquide-vapeur et l'entropie,

$$x_2=0,22 \quad s_2=2,61 \text{ kJ/kg.K.}$$

Dans cette détente isenthalpe d'un fluide réel l'évolution se fait à entropie croissante (ce qui illustre son caractère irréversible), et à température décroissante. Cette propriété est utilisée dans les machines frigorifiques.

3) On lit dans la table de vapeur saturée du R22 qu'à la pression  $p_1=9,1$  bar correspond la température de vapeur saturante  $T=20^\circ\text{C}$ . Le R22 est donc à l'état de liquide saturé et le schéma de principe de l'évolution est le même que dans le cas de l'eau. Les autres caractéristiques sont

$$x_1=0, \quad h_1 = h' = 224,14 \text{ kJ/kg}, \quad s_1 = s' = 1084,1 \text{ J/kg.K}$$

Au cours de la détente il y a une vaporisation partielle comme dans le cas de l'eau.

Après la détente,  $h_2 = h_1 = 224,14 \text{ kJ/kg}$

La température finale est lue dans la table : à  $p_2=1$  bar correspond  $T_2=-41^\circ\text{C}$ . On lit les enthalpies de saturation :  $h'=154,27$  et  $h''=388,05$  kJ/kg, ce qui permet de calculer le titre

$$x = \frac{h - h'}{h'' - h'} = 0,3$$

On déduit du titre la masse volumique et l'entropie

$$v = xv'' + (1-x)v' \quad s = xs' + (1-x)s''$$

soit

$$v=0,363 \text{ m}^3/\text{kg} \quad s=1527,9 \text{ J/kg}\cdot\text{K}$$

Les conclusions sont les mêmes que dans le cas de l'eau.

## 15.5 Exergie et anergie

### 15.5.1 Compression polytropique réversible

Un compresseur volumétrique aspire de l'air atmosphérique (1 bar,  $20^\circ\text{C}$ ). au refoulement on mesure 5 bars et  $151,8^\circ\text{C}$ . Quels sont les rendements isotherme et exergétique de l'évolution ?

On suppose que l'évolution peut être représentée par une compression polytropique réversible et refroidie du point 1 jusqu'au point  $2_r$  de la figure 19 (page 50). On calcule l'exposant  $k$ ,

$$T_2 = T_1 \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} \quad \Rightarrow \quad k = 1,3$$

et la variation d'enthalpie  $\Delta h = c_p(T_2 - T_1) = 132,4$  kJ/kg

Le travail à fournir, les énergies potentielle et cinétique étant négligeables,

$$w_i = w_t = \frac{kr}{k-1}(T_2 - T_1) = 163,9 \text{ kJ/kg}$$

Le travail isotherme et le rendement isotherme,

$$w_{i_\theta} = rT_1 \ln \frac{p_2}{p_1} = 135,4 \text{ kJ/kg} \quad \eta_\theta = \frac{w_{i_\theta}}{w_i} = 0,826$$

La chaleur extraite,  $q_e = \Delta h - w_i = -31,4$  kJ/kg

## 15 EXEMPLES ET EXERCICES

La variation d'entropie, bien sûr négative,

$$s_2 - s_1 = c_p \ln \frac{T_2}{T_1} - r \ln \frac{p_2}{p_1} = -88,64 \text{ J/(kg.K)}$$

Les conditions de référence sont celles de l'ambiance,

$$T_1 = T_a \text{ et } an_1 = ex_1 = 0$$

D'où l'anergie

$$an_2 = T_a(s_2 - s_1) = -25,97 \text{ kJ/kg}$$

La valeur négative de la variation d'anergie ne doit pas surprendre. L'air de refroidissement (ou l'eau) est à une température inférieure à celle des parois du cylindre et son anergie augmente davantage. Cette chaleur n'est pas en pratique récupérée par un cycle de Carnot auxiliaire et cette non utilisation est à l'origine d'une irréversibilité.

D'où le rendement exergetique

$$\eta_{ex} = \frac{\Delta ex}{w_i} = \frac{\Delta h - \Delta an}{w_i} = 0,97$$

*Cas limite idéal* : compression isotherme à température ambiante. Elle est représentée par l'évolution 1-2<sub>θ</sub> de la même figure.

$$s_{2_\theta} - s_1 = -r \ln \frac{p_2}{p_a} = + \frac{q_e}{T_a} = 462 \text{ J/kg}$$

$$\Delta an = T_a(s_{2_\theta} - s_1) = 135,4 \text{ kJ/kg}$$

$$w_{i_\theta} = -q_e = T_a(s_{2_\theta} - s_a) = 135,4 \text{ kJ/kg}$$

$$w_i + q_e = \Delta h = \Delta ex + \Delta an = 0$$

et finalement

$$\eta_{ex} = \eta_\theta = 1$$

### 15.5.2 Compression polytropique irréversible

Un turbocompresseur aspire de l'air atmosphérique (1 bar, 20 °C) et refoule à 5 bars et 228 °C. Quel est le rendement exergetique de l'évolution ?

L'évolution peut être représentée par une compression polytropique adiabatique et irréversible. (on calcule  $k = 1,5$ ) Elle est représentée par l'évolution 1-2<sub>ir</sub> de la figure 19. Le travail à fournir, en négligeant les variations d'énergie potentielle et cinétique, est égal à

$$w_i = \Delta h = cp(T_2 - T_1) = 208,9 \text{ kJ/kg}$$

La variation d'entropie, bien sur positive, est égale à

$$s_2 - s_1 = c_p \ln \frac{T_2}{T_1} - r \ln \frac{p_2}{p_1} = +75,6 \text{ J/(kg.K)}$$

Les conditions de référence sont celle de l'ambiance

$$T_1 = T_a \text{ et } an_1 = ex_1 = 0$$

$$an_2 = T_a(s_2 - s_a) = 22,15 \text{ kJ/kg}$$

$$ex_2 = w_i - an_2 = 186,75 \text{ kJ/kg}$$

D'où le rendement exergetique,

$$\eta_{ex} = \frac{ex_2}{w_i} = 0,89$$

*Cas limite idéal* : compression adiabatique réversible (donc isentropique). Elle est représentée par l'évolution 1-2<sub>s</sub> de la figure 19.

$$\begin{aligned} k = \gamma = 1,4 & \Rightarrow T_2 = 191 \text{ }^\circ\text{C} \\ s_2 = s_1 & \Rightarrow an_2 = an_1 - T_a(s_2 - s_1) = 0 \\ \Delta ex = w_i = 171,8 \text{ kJ/kg} & \Rightarrow \eta_{ex} = 1 \end{aligned}$$

*remarque* : le rendement exergetique de la compression isotherme à température ambiante est lui aussi égal à 1. Mais les deux évolutions sont complètement différentes :

La compression isotherme est *mécaniquement et thermiquement réversible*. Toute la chaleur est échangée à la température ambiante  $T_a$  et ne provoque aucune dégradation d'exergie.

La compression isentropique est également réversible si et seulement si la chaleur qui correspond à l'élévation de température est utilisée de façon optimale, par un cycle de Carnot auxiliaire par exemple. Ca n'est pas le cas dans une installation industrielle où l'air est stocké dans un réservoir et revient naturellement (donc irréversiblement) à la température ambiante. Dans ce cas d'une adiabatique suivie d'une isobare jusqu'à  $T_a$  (le long de cette isobare le travail de transvasement est nul), le rendement exergetique global est

$$\eta_{ex} = \frac{\Delta ex}{w_i} = \frac{135,4}{171,8} = 0,79$$

Dans les mêmes conditions le rendement exergetique de l'évolution réelle (polytropicque irréversible + isobare) est égal à 0,725.

15.5.3 Chauffage d'un fluide

Soit un fluide réchauffé par une source chaude, comme dans une chaudière. Ce fluide entre à la température  $T_e$ , sort à  $T_s$ . La SC est à la température constante  $T_c$ , évidemment supérieure à  $T_s$ . On suppose négligeables les pertes de charge, les fuites thermiques et les variations d'énergie cinétique et potentielle. L'évolution est donc isobare et sans échange de travail. La chaleur transférée contient une part d'exergie et une part d'anergie,

$$w_{i\theta} = -q_e = T_a(s_{2\theta} - s_a) = 135,4 \text{ kJ/kg}$$

Le fluide voit son exergie augmenter de

$$ex_s - ex_e = \int_e^s \left(1 - \frac{T_a}{T}\right) dq_e$$

Et la source voit son exergie diminuer de

$$\Delta ex = -q_e \left(1 - \frac{T_a}{T_c}\right)$$

On définit donc le rendement exergetique comme le rapport des valeurs absolues des deux variations, soit

$$\eta_{ex} = \frac{\int_e^s \left(1 - \frac{T_a}{T}\right) dq_e}{q_e \left(1 - \frac{T_a}{T_c}\right)}$$

Ce rendement ne serait égal à un que dans le cas absurde où  $T_c$  serait égal à  $T$  en tout point, ce qui supposerait que  $T_c = T_e = T_s$ , et que le fluide ne se réchauffe pas, au contact d'une source à la même température<sup>43</sup> !

Mais il est évident que ce rendement est d'autant plus élevé que  $T_c$  est proche de  $T_s$ , sans toutefois être égal puisque la transmission de chaleur suppose une différence de température, qui génère de l'anergie.

Exemple numérique : on chauffe de l'air prélevé à  $T_e = T_a = 20^\circ\text{C}$  et qui ressort à  $T_s = 50^\circ\text{C}$ . Le chauffage est assuré par la combustion de gaz naturel avec un grand excès d'air. On mesure  $T_c = 500^\circ\text{C}$ .

La variation d'enthalpie est

$$\Delta h = q_e = \Delta ex + \Delta an = c_p(T_s - T_e) = 30 \text{ kJ.K}^{-1}$$

---

43. D'où le théorème du fainéant : « Pour atteindre le rendement maximal, il ne faut surtout rien faire. »

La variation d'anergie de l'air chauffé est

$$an_s - an_e = T_a(s_s - s_e) = T_a c_p \ln \frac{T_s}{T_e} = 28,67 \text{ kJ.K}^{-1}$$

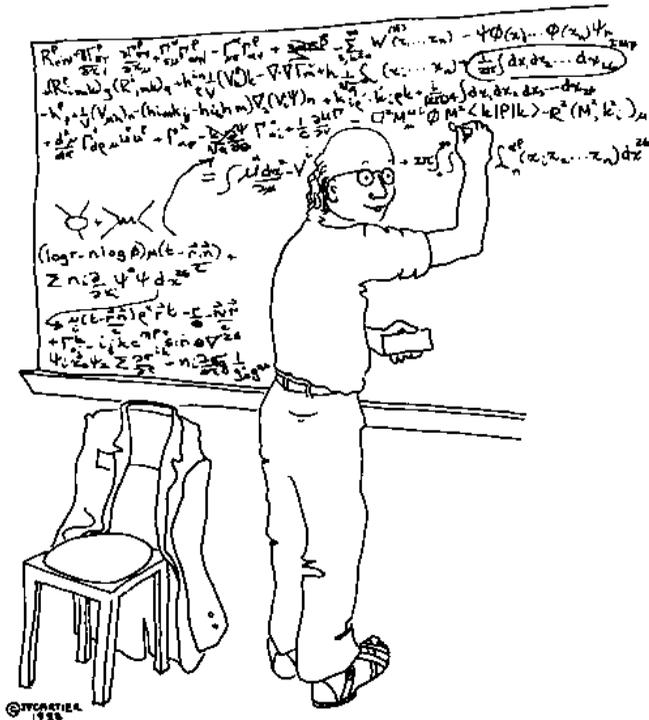
La variation d'exergie est

$$ex_s - ex_e = 1,44 \text{ kJ.K}^{-1}$$

La variation d'exergie de la source chaude est

$$|ex_{SC}| = q_e \left(1 - \frac{T_a}{T_c}\right) = 17 \text{ kJ.K}^{-1}$$

Le rendement exergetique est  $\eta_{ex} = 0,085$



*"At this point we notice that this equation is beautifully simplified if we assume that space-time has 92 dimensions."*

## 16 compléments

### 16.1 Quelques équations remarquables

Ces équations n'ont évidemment aucun intérêt si elles sont pas correctement placées dans leur contexte.

$$w_{e_{1-2}} = \int_1^2 -p \, dv \quad (8)$$

$$w_{i_{1-2}} + w_{f_{1-2}} = w_{n_{1-2}} = \int_1^2 v \, dp + \frac{c_2^2 - c_1^2}{2} + g(z_2 - z_1) \quad (15)$$

$$w_a = \begin{cases} w_o \\ w_i = \begin{cases} q_f = -w_f \\ w_n = \begin{cases} w_t = \int_1^2 v \, dp \\ w_c = \frac{c_2^2 - c_1^2}{2} \\ w_z = g(z_2 - z_1) \end{cases} \end{cases} \end{cases} \quad (17)$$

$$w_n = \Delta \left( \frac{p}{\rho} + \frac{c^2}{2} + gz \right) \quad (20)$$

$$\eta_c = 1 - \frac{Q_1}{|Q_2|} = 1 - \frac{T_1}{T_2} \quad (39)$$

$$\delta w_i + \delta q_e = \begin{cases} dh = \begin{cases} T ds = \delta q_e + \delta q_f \\ \delta w_T = +v \, dp \end{cases} \\ cdc + gdz \end{cases} \quad (54)$$

$$c_p - c_v = r \quad (63)$$

$$h = c_p T + cte \quad (65)$$

$$\gamma = \frac{c_p}{c_v} \quad (66)$$

$$c_v = \frac{r}{\gamma - 1} \quad \text{et} \quad c_p = \frac{\gamma r}{\gamma - 1} \quad (67)$$

$$s_2 - s_1 = c_p \ln \frac{T_2}{T_1} - r \ln \frac{p_2}{p_1} \quad (71)$$

$$\frac{p_2}{p_1} = \left( \frac{T_2}{T_1} \right)^{\frac{k}{k-1}} = \left( \frac{v_2}{v_1} \right)^{-k} \quad (101)$$

$$w_t = \frac{kr}{k-1} (T_2 - T_1) \quad (105)$$

$$T_t = T + \frac{c^2}{2c_p} \quad (111)$$

$$\eta_s = \frac{w_{i_s}}{w_i} = \frac{h_{2_s} - h_1}{h_2 - h_1} \quad (146)$$

$$\eta_k = \frac{k/(k-1)}{\gamma/(\gamma-1)} \quad (150)$$

$$\delta w_i + \delta q_e = \underbrace{\overbrace{p dv}^{\text{dh}} + \overbrace{\delta q_e + \delta q_f}^{T ds}}_{\text{dex}} + \underbrace{cdc + g dz - T_a ds + T_a ds}_{\text{dan}} \quad (167)$$

$$\eta_{ex} = \frac{\Delta ex}{w_i} \quad (173)$$

## 16.2 Nomenclature sommaire

Il serait très difficile de respecter strictement les normes de notation des variables sans engendrer des difficultés de lecture. Dans cet aide-mémoire la lisibilité a été privilégiée à la rigueur. Par exemple, une vitesse est notée  $c$  et non  $v$  pour éviter la confusion avec une masse volumique.

Plusieurs variables sont parfois désignées par un même symbole. Ce sont le contexte et l'analyse dimensionnelle qui permettent de lever l'ambiguïté.

$T$	température	K
$V$	variance	
	volume	$\text{m}^3$
$\varphi$	nombre de phases	
$\phi$	flux de chaleur	W
$R$	constante des gaz parfaits	$\text{J}\cdot\text{Mol}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$
$r$	constante d'un gaz parfait	$\text{J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$
$v$	volume massique	$\text{m}^3\cdot\text{kg}^{-1}$
$c$	vitesse	$\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$
$\rho$	masse volumique	$\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$
$l$	longueur	m
$p$	pression	Pa ou $\text{J}\cdot\text{m}^{-3}$
$P$	puissance	W
$Q$	quantité de chaleur	J
$q$	quantité de chaleur massique	$\text{J}\cdot\text{kg}^{-1}$
$m$	masse	kg
$q_v$	débit en volume <sup>44</sup>	$\text{m}^3\cdot\text{s}^{-1}$
$q_m$	débit en masse	$\text{kg}\cdot\text{s}^{-1}$
$w$	travail massique	$\text{J}\cdot\text{kg}^{-1}$
$u$	énergie interne massique	$\text{J}\cdot\text{kg}^{-1}$
$U$	énergie interne	J
$h$	enthalpie massique	$\text{J}\cdot\text{kg}^{-1}$
$H$	enthalpie	J

44. on ne dira *jamais* « débit volumique » ou « volumétrique », ni « débit massique » !

$H$	charge ( $w = gH$ )	$\text{J}\cdot\text{N}^{-1}$ ou m
$s$	entropie massique	$\text{J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$
$S$	entropie	$\text{J}\cdot\text{K}^{-1}$
$ex$	exergie massique	$\text{J}\cdot\text{kg}^{-1}$
$an$	anergie massique	$\text{J}\cdot\text{kg}^{-1}$
$z$	hauteur, altitude	m
$c, c_p, c_v$	chaleurs massiques	$\text{J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$
$x$	titre de vapeur	
$\eta$	rendement	

### 16.3 Bibliographie sommaire

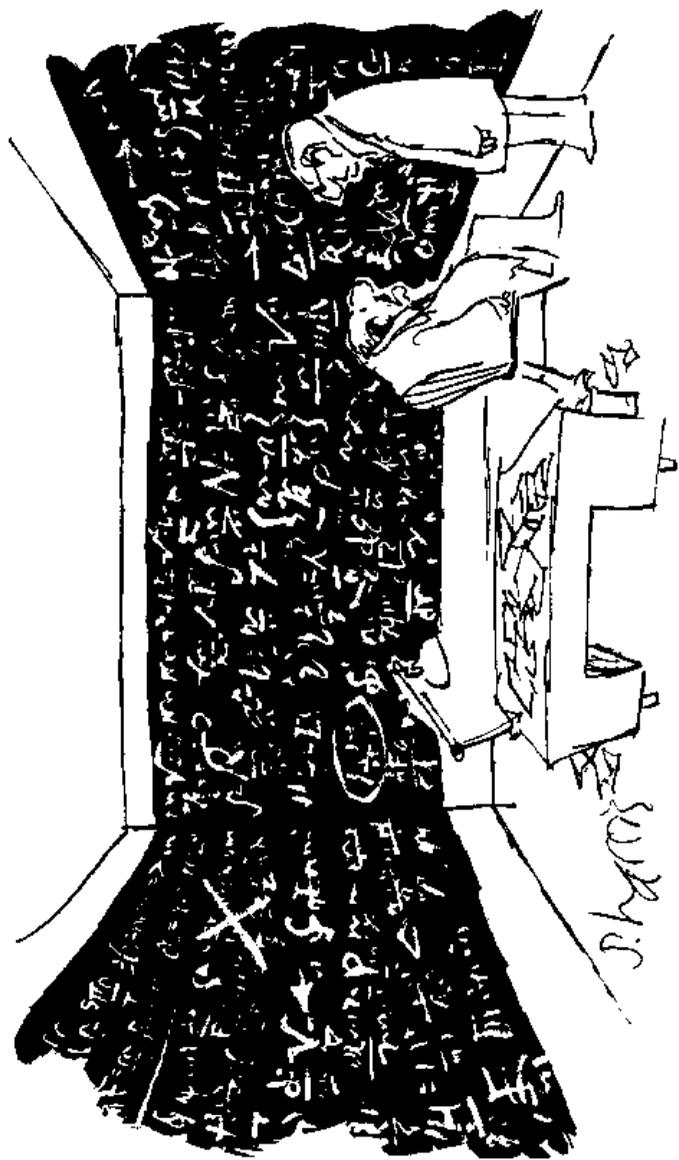
La liste suivante n'est pas limitative. Certains de ces ouvrages sont épuisés<sup>45</sup> mais restent consultables au centre de documentation de l'ENSAM de Lille. Les références en ligne son accessibles ce 3 juillet 2017.

- [1] G. ASCH. *Les capteurs en instrumentation industrielle*. Dunod l'Usine nouvelle, Paris, 2010.  
Asch et Collaborateurs. Tout sur la mesure, des températures et des flux de chaleur en particulier.
- [2] M. BAILLY. *Thermodynamique Technique*. Bordas, Paris, 1971.  
quatre tomes : 1. Chaleur, principes, gaz et vapeurs. 2a. Production et transfert de chaleur, écoulements. 2b. Machines thermiques et frigorifiques, tables numériques. 3. Compléments et problèmes.  
Très complet et imagé, avec des réflexions très physiques. Seuls défauts : utilise encore la calorie, et les équations sont surabondantes.
- [3] L. BOREL. *Thermodynamique et Énergétique*. Presses Polytechniques Romandes, Lausanne, 1984.  
Notations très précises et compliquées, mais un point complet, notamment sur l'exergie.
- [4] G. BRUHAT. *Thermodynamique*. Masson et Cie, Paris, 1968.  
écrit par un physicien, très complet bien qu'ancien.
- [5] P. CHAMBADAL. *Évolution et Applications du Concept d'Entropie*. Dunod, 1963.  
Si elle vous semble encore mystérieuse . . . .

---

45. Ça ne signifie pas que leur lecture soit spécialement fatigante.

- [6] Olivier CLEYNEN. *Thermodynamique de l'ingénieur*. Framasoftware, 2015. publié sous licence libre, téléchargeable ici : <http://framabook.org/thermodynamique-de-lingénieur>.
- [7] B. DUPONT et J.P. TROTIGNON. *Unités et grandeurs, symboles et normalisation*. AFNOR - Nathan, 1994.  
La référence sur ce sujet important.
- [8] P. LE GOFF. *Énergétique industrielle*. Technique et Documentation, 1983.  
P.Le Goff, Coordonnateur. L'exergie et l'économie à la portée de tous.
- [9] B. KODJA. *Problèmes de Thermodynamique et de Gazodynamique*. Masson et Cie, Paris, 1971.  
Une très bonne ouverture vers la mécanique des fluides compressibles.
- [10] Francis MEUNIER. *Aide-mémoire de Thermodynamique de l'ingénieur - 2ème édition - Énergétique. Environnement*. Dunod, 2009.
- [11] René OUZIAUX. *Application des notions d'exergie et d'anergie à la théorie des machines thermiques*. ENSAM, 1975.  
un fac-simile est disponible au format pdf.
- [12] J.P. PEREZ. *Thermodynamique, Fondements et Applications*. Masson et Cie, 1997.  
La thermodynamique moderne, y compris statistique et microscopique.
- [13] J. ROSMORDUC. *Histoire de la Physique*. Lavoisier, Paris, 1968.
- [14] Ernst SCHMIDT. *Properties of water and steam in SI-units*. Berlin Heidelberg, New York, 1975.  
Les tables de vapeur d'eau saturée ou surchauffée, version Joule/Kelvin trilingue.
- [15] <http://didierdescamps.fr/thermo.pdf> est la version la plus récente de ce document.
- [16] <http://physics.comu.edu.tr/library/carts/> est la source de certaines des moins sérieuses illustrations de ce document.



"Whatever happened to *elegant* solutions?"

Ce polycopié est, comme toute chose en ce monde, perfectible. L'auteur appréciera toutes les critiques constructives qui lui permettront de l'améliorer.

Ces critiques peuvent porter sur tous les aspects, sur la forme (fautes de frappe, d'orthographe, de typographie, ...) comme sur le fond (tel concept reste flou, tel chapitre manque, ou devrait être placé avant tel autre, je connais une démonstration plus simple ou plus jolie, tel ouvrage doit absolument être cité ...).

L'auteur est également à la recherche d'illustrations et de citations qui donneraient au lecteur l'occasion de sourire plus souvent dans ce monde de brutes.

Didier Descamps.